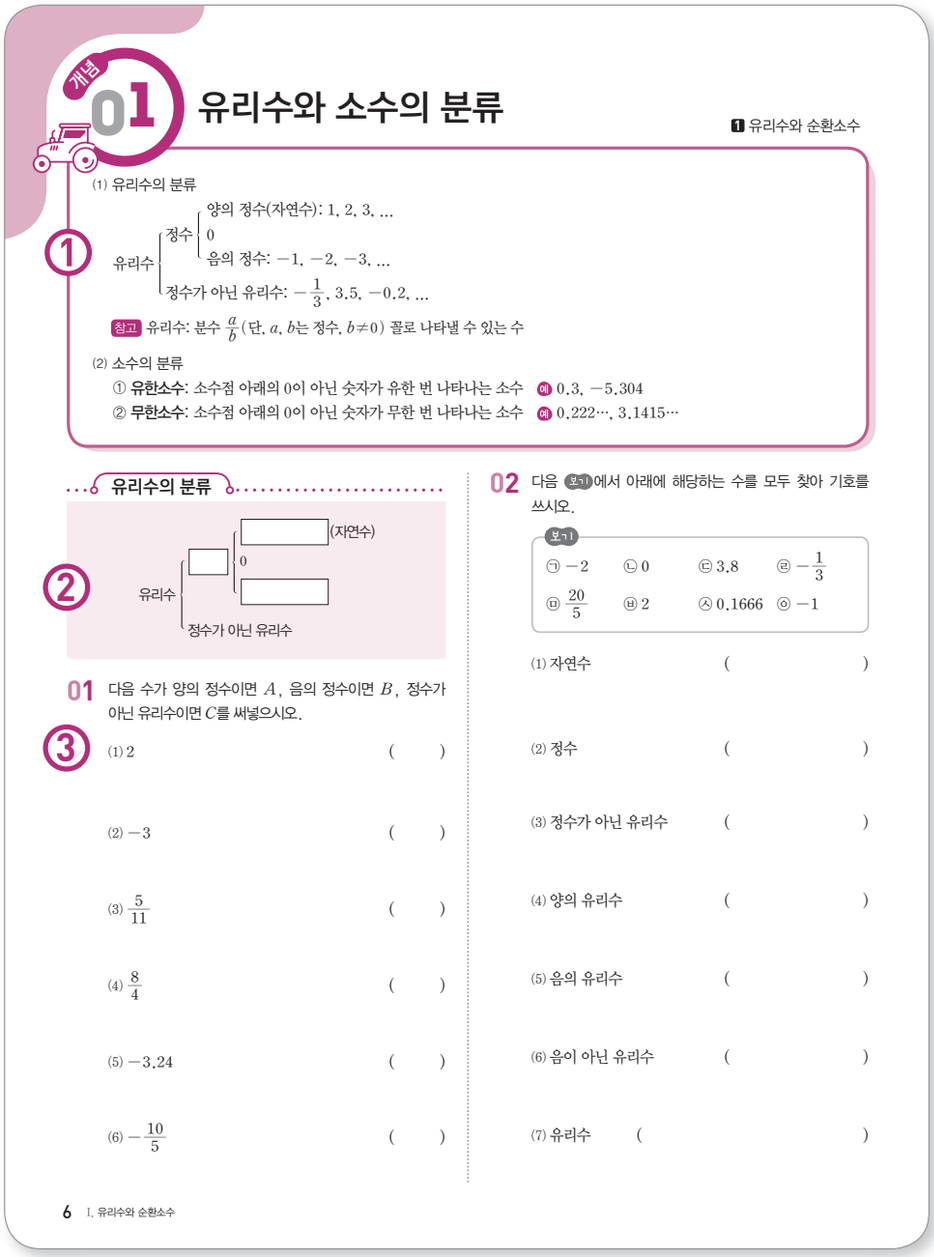
중학수학

절대강자

개념 연산

2·1

이 책의 구성과 특징



개념 01 유리수와 소수의 분류

1 유리수와 순환소수

(1) 유리수의 분류

① 유리수 { 정수 { 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, ... / 0 / 음의 정수: −1, −2, −3, ... } / 정수가 아닌 유리수: $-\frac{1}{3}$, 3.5, −0.2, ... }

참고 유리수: 분수 $\frac{a}{b}$ (단, a, b는 정수, $b \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수

(2) 소수의 분류

① **유한소수**: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수 예 0.3, −5.304

② **무한소수**: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수 예 0.222…, 3.1415…

유리수의 분류

② 유리수 { 정수 { □(자연수) / 0 / □ } / 정수가 아닌 유리수 }

01 다음 수가 양의 정수이면 A, 음의 정수이면 B, 정수가 아닌 유리수이면 C를 써넣으시오.

③
(1) 2 ( )
(2) −3 ( )
(3) $\frac{5}{11}$ ( )
(4) $\frac{8}{4}$ ( )
(5) −3.24 ( )
(6) $-\frac{10}{5}$ ( )

02 다음 보기에서 아래에 해당하는 수를 모두 찾아 기호를 쓰시오.

보기
㉠ −2 ㉡ 0 ㉢ 3.8 ㉣ $-\frac{1}{3}$
㉤ $\frac{20}{5}$ ㉥ 2 ㉦ 0.1666 ㉧ −1

(1) 자연수 ( )
(2) 정수 ( )
(3) 정수가 아닌 유리수 ( )
(4) 양의 유리수 ( )
(5) 음의 유리수 ( )
(6) 음이 아닌 유리수 ( )
(7) 유리수 ( )

6 I. 유리수와 순환소수

① 개념 정리

각 단원에서 꼭 알아야 할 내용을 한눈에 알아보기 쉽게 정리하여 **개념**을 **완벽**하게 **이해**할 수 있습니다.

② 개념 확인

개념을 정확하게 이해하고 있는지 **빈칸 채우기 문제**로 확인할 수 있습니다.

③ 연산 문제

개념을 적용한 다양한 연산 문제를 풀어 보며 **계산력**을 기르고, 수학에 대한 **자신감**을 키울 수 있습니다.

절대강자

대표 유형 문제로 개념을 익히려면 → 개념

내신 도전

01 오른쪽 유리수의 분류에서 다음 중 A에 알맞은 수를 모두 고르면? (정답 2개)

유리수 { 정수, A }

① -2 ② $\frac{0}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{6}{3}$ ⑤ $-\frac{12}{5}$

02 다음 소수 중 유한소수가 아닌 것은?

① 2.351 ② 0.53 ③ 6.343434…
④ 1.234…9 ⑤ 12.567

04 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

① $\frac{11}{40}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{21}{150}$
④ $\frac{14}{5\times7^2}$ ⑤ $\frac{45}{2^2\times3\times5^2}$

05 $\frac{17}{84}\times A$를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 다음 중 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 7 ② 14 ③ 21
④ 28 ⑤ 35

④ 내신 도전

시험에 자주 출제되는 **기본, 핵심 문제**를 풀어 보며 **실전에 대비**할 수 있습니다.

대단원 평가

01 다음 중 정수가 아닌 유리수는 모두 몇 개인가?

$-5.7,\ 9,\ -2,\ \frac{6}{11},\ 0.8,\ \frac{8}{4}$

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

02 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 유한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 말한다.
② 무한소수 중에는 순환소수가 아닌 것도 있다.
③ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
④ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
⑤ 유리수 중 기약분수의 분모가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

04 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

05 다음 중 순환소수와 순환마디가 바르게 연결된 것은?

① 0.2222… ➡ 2222
② 0.123123123… ➡ 123
③ 1.343434… ➡ 43
④ 3.143143… ➡ 314
⑤ 4.010010… ➡ 100

⑤ 대단원 평가

단원을 마무리하며 공부했던 내용을 점검해 봅니다.
한 번 더 실전 문제를 풀어 보며 실력을 확인할 수 있습니다.

차 례

Contents

I 유리수와 순환소수

1 유리수와 순환소수

01 유리수와 소수의 분류 — 6
02 유한소수로 나타낼 수 있는 분수 — 8
03 순환소수와 순환마디 — 14
04 순환소수의 분수 표현 — 18
• 내신 도전 — 22
• 대단원 평가 — 24

II 식의 계산

1 단항식의 계산

01 지수법칙(1)–지수의 합과 곱 — 28
02 지수법칙(2)–지수의 차 — 30
03 지수법칙(3)–지수의 분배 — 32
04 단항식의 곱셈과 나눗셈 — 34
05 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산 — 36
• 내신 도전 — 38

2 다항식의 계산

06 다항식의 덧셈과 뺄셈 — 40
07 이차식의 덧셈과 뺄셈 — 44
08 다항식의 곱셈과 나눗셈 — 46
09 식의 값과 식의 대입 — 50
• 내신 도전 — 52
• 대단원 평가 — 54

III 일차부등식과 연립일차방정식

1 일차부등식

01 부등식과 그 해 — 58
02 부등식의 성질 — 60
03 부등식의 해와 수직선 — 62
04 일차부등식과 그 풀이 — 64
05 복잡한 일차부등식의 풀이 — 66
06 문자를 포함한 일차부등식의 풀이 — 68
07 일차부등식의 활용 — 70
• 내신 도전 — 76

2 연립일차방정식

08 미지수가 2개인 일차방정식 — 78
09 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해 — 80
10 대입법을 이용한 연립방정식의 풀이 — 82
11 가감법을 이용한 연립방정식의 풀이 — 84
12 복잡한 연립방정식의 풀이 — 86
13 $A=B=C$ 꼴의 방정식/해가 특수한 연립방정식 — 90
14 연립방정식의 활용(1) — 92
15 연립방정식의 활용(2) — 96
16 연립방정식의 활용(3) — 98
• 내신 도전 — 100
• 대단원 평가 — 102

IV 일차함수

1 일차함수와 그 그래프

01 함수의 뜻 — 106
02 함숫값 — 108
03 일차함수의 뜻 — 110
04 일차함수 $y=ax$의 그래프 — 112
05 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 평행이동 — 114
06 일차함수의 그래프의 절편 — 116
07 일차함수의 그래프의 기울기 — 118
08 일차함수의 그래프 그리기 — 120
09 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질 — 124
10 일차함수의 그래프의 평행과 일치 — 126
11 일차함수의 식 구하기(1) — 128
12 일차함수의 식 구하기(2) — 130
13 일차함수의 활용 — 132
• 내신 도전 — 136

2 일차함수와 일차방정식의 관계

14 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프 — 138
15 일차방정식과 일차함수의 그래프 — 140
16 축에 평행한 직선 — 142
17 연립방정식의 해와 그래프 — 144
18 연립방정식의 해의 개수와 두 직선의 위치 관계 — 146
• 내신 도전 — 148
• 대단원 평가 — 150



I

유리수와 순환소수

이 단원에서 공부해야 할 **필수 개념**

1 유리수와 순환소수

개념 01 유리수와 소수의 분류

개념 02 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

개념 03 순환소수와 순환마디

개념 04 순환소수의 분수 표현

내신 도전

대단원 평가

개념 01

유리수와 소수의 분류

(1) 유리수의 분류

- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, ...
    - 0
    - 음의 정수: -1, -2, -3, ...
  - 정수가 아닌 유리수: $-\frac{1}{3}$, 3.5, -0.2, ...

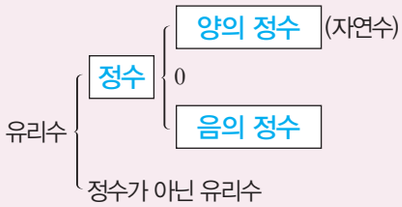
참고 유리수: 분수 $\frac{a}{b}$ (단, a, b는 정수, $b \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수

(2) 소수의 분류

① **유한소수**: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수 예 0.3, -5.304

② **무한소수**: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수 예 0.222…, 3.1415…

유리수의 분류



01 다음 수가 양의 정수이면 A, 음의 정수이면 B, 정수가 아닌 유리수이면 C를 써넣으시오.

(1) 2 (*A*)

(2) -3 (*B*)

(3) $\frac{5}{11}$ (*C*)

(4) $\frac{8}{4}=2$ (*A*)

(5) -3.24 (*C*)

(6) $-\frac{10}{5}=-2$ (*B*)

02 다음 보기에서 아래에 해당하는 수를 모두 찾아 기호를 쓰시오.

보기

㉠ -2 ㉡ 0 ㉢ 3.8 ㉣ $-\frac{1}{3}$

㉤ $\frac{20}{5}=4$ ㉥ 2 ㉦ 0.1666 ㉧ -1

(1) 자연수 (㉤, ㉥)

(2) 정수 (㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉧)

(3) 정수가 아닌 유리수 (㉢, ㉣, ㉦)

(4) 양의 유리수 (㉢, ㉤, ㉥, ㉦)

(5) 음의 유리수 (㉠, ㉣, ㉧)

(6) 음이 아닌 유리수 (㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦)

(7) 유리수 (㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧)

유한소수와 무한소수의 판별

소수점 아래의 0이 아닌 숫자가

① 유한 번 나타나는 소수 ➡ **유한소수**

② 무한 번 나타나는 소수 ➡ **무한소수**

03 다음 소수가 유한소수이면 '유', 무한소수이면 '무'를 써넣으시오.

(1) 0.15 (유)

(2) 1.5555… (무)

(3) −2.857 (유)

(4) −0.17777… (무)

(5) 0.807080701 (유)

(6) −3.1233215… (무)

(7) 0.1375 (유)

(8) −1.9898… (무)

(9) 3.141592… (무)

(10) 10.0321 (유)

04 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{1}{3}$ **0.3333…, 무한소수**

$\frac{1}{3}=1\div3=0.3333\cdots$

(2) $\frac{3}{4}$ **0.75, 유한소수**

$\frac{3}{4}=3\div4=0.75$

(3) $\frac{5}{6}$ **0.8333…, 무한소수**

$\frac{5}{6}=5\div6=0.8333\cdots$

(4) $\frac{11}{20}$ **0.55, 유한소수**

$\frac{11}{20}=11\div20=0.55$

(5) $\frac{3}{25}$ **0.12, 유한소수**

$\frac{3}{25}=3\div25=0.12$

(6) $-\frac{3}{8}$ **−0.375, 유한소수**

$-\frac{3}{8}=-(3\div8)=-0.375$

(7) $\frac{8}{45}$ **0.1777…, 무한소수**

$\frac{8}{45}=8\div45=0.1777\cdots$

(8) $-\frac{3}{20}$ **−0.15, 유한소수**

$-\frac{3}{20}=-(3\div20)=-0.15$

개념 02

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

(1) 모든 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

예 $0.3=\frac{3}{10}$, $0.12=\frac{12}{100}$, $0.315=\frac{315}{1000}$

(2) 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때

① 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 분수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 있으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

② 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있으면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

예 $\frac{9}{20}=\frac{9}{2^2\times5}$ ➡ 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{7}{15}=\frac{7}{3\times5}$ ➡ 유한소수로 나타낼 수 없다.

유한소수를 분수로 나타내기

모든 유한소수는 분모가 [10]의 거듭제곱인 분수로 고쳐서 기약분수로 나타낼 수 있다.

01 다음 유한소수를 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고치고, 기약분수로 나타내시오.

(1) 0.8 ➡ $\frac{8}{10}$ ➡ $\frac{4}{5}$

(2) 0.42 ➡ $\frac{42}{100}$ ➡ $\frac{21}{50}$

(3) 0.24 ➡ $\frac{24}{100}$ ➡ $\frac{6}{25}$

(4) 0.625 ➡ $\frac{625}{1000}$ ➡ $\frac{5}{8}$

(5) 1.2 ➡ $\frac{12}{10}$ ➡ $\frac{6}{5}$

(6) 0.75 ➡ $\frac{75}{100}$ ➡ $\frac{3}{4}$

(7) 1.85 ➡ $\frac{185}{100}$ ➡ $\frac{37}{20}$

(8) 4.36 ➡ $\frac{436}{100}$ ➡ $\frac{109}{25}$

(9) 6.25 ➡ $\frac{625}{100}$ ➡ $\frac{25}{4}$

(10) 2.048 ➡ $\frac{2048}{1000}$ ➡ $\frac{256}{125}$

분수를 유한소수로 나타내기

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면

➡ 분모의 소인수 2와 5의 **지수**가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

$$\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times\boxed{2}}{2\times5^2\times\boxed{2}}=\frac{\boxed{6}}{100}=\boxed{0.06}$$

02 다음은 기약분수를 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고쳐서 유한소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\frac{3}{5}=\frac{3\times\boxed{2}}{5\times\boxed{2}}=\frac{\boxed{6}}{10}=\boxed{0.6}$

(2) $\frac{3}{8}=\frac{3\times\boxed{5^3}}{2^3\times\boxed{5^3}}=\frac{\boxed{375}}{1000}=\boxed{0.375}$

(3) $\frac{1}{20}=\frac{1\times\boxed{5}}{2^2\times5\times\boxed{5}}=\frac{\boxed{5}}{100}=\boxed{0.05}$

(4) $\frac{1}{25}=\frac{1\times\boxed{2^2}}{5^2\times\boxed{2^2}}=\frac{\boxed{4}}{100}=\boxed{0.04}$

(5) $\frac{11}{40}=\frac{11\times\boxed{5^2}}{2^3\times5\times\boxed{5^2}}=\frac{\boxed{275}}{1000}=\boxed{0.275}$

(6) $\frac{4}{125}=\frac{4\times\boxed{2^3}}{5^3\times\boxed{2^3}}=\frac{\boxed{32}}{1000}=\boxed{0.032}$

03 다음 분수를 10의 거듭제곱을 이용하여 유한소수로 나타내시오.

(1) $\frac{1}{2^3}$ **0.125**

$\frac{1\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{125}{1000}=0.125$

(2) $\frac{2}{5^2}$ **0.08**

$\frac{2\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{8}{100}=0.08$

(3) $\frac{1}{2\times5^2}$ **0.02**

$\frac{1\times2}{2\times5^2\times2}=\frac{2}{100}=0.02$

(4) $\frac{3}{2^2\times5}$ **0.15**

$\frac{3\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{15}{100}=0.15$

(5) $\frac{26}{2^3\times5^2}$ **0.13**

$\frac{13}{2^2\times5^2}=\frac{13}{100}=0.13$

(6) $\frac{7}{2^2\times5\times7}$ **0.05**

$\frac{1\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{5}{100}=0.05$

(7) $\frac{63}{2^3\times5^3\times7}$ **0.009**

$\frac{9}{2^3\times5^3}=\frac{9}{1000}=0.009$

(8) $\frac{21}{2^3\times3\times5}$ **0.175**

$\frac{7\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{175}{1000}=0.175$

유한소수와 무한소수의 구별

분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해 했을 때,

① 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이면 ➡ 유한 소수

② 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있으면 ➡ 무한 소수

04 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, ( ) 안의 알맞은 말에 ○표를 하시오.

(1) $\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times\boxed{5^2}}$

➡ 분모의 소인수는 2 와 5 이다.

➡ 유한소수로 나타낼 수 ((있다), 없다).

(2) $\frac{3}{36}=\frac{1}{2^2\times\boxed{3}}$

➡ 분모의 소인수는 2 와 3 이다.

➡ 유한소수로 나타낼 수 (있다, (없다)).

(3) $\frac{30}{125}=\frac{6}{\boxed{5^2}}$

➡ 분모의 소인수는 5 이다.

➡ 유한소수로 나타낼 수 ((있다), 없다).

(4) $\frac{7}{45}=\frac{7}{\boxed{3^2}\times5}$

➡ 분모의 소인수는 3 과 5 이다.

➡ 유한소수로 나타낼 수 (있다, (없다)).

05 다음 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수를 구하고, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 '유', 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 '무'를 써넣으시오.

(1) $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ 5 (유)

(2) $\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$ 7 (무)

(3) $\frac{10}{24}=\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2\times3}$ 2, 3 (무)

(4) $\frac{3}{30}=\frac{1}{10}=\frac{1}{2\times5}$ 2, 5 (유)

(5) $\frac{6}{40}=\frac{3}{20}=\frac{3}{2^2\times5}$ 2, 5 (유)

(6) $\frac{11}{45}=\frac{11}{3^2\times5}$ 3, 5 (무)

(7) $\frac{18}{72}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$ 2 (유)

(8) $\frac{22}{121}=\frac{2}{11}$ 11 (무)

06 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 '유', 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 '무'를 써넣으시오.

(1) $\frac{3}{2\times5^3}$ (유)

(2) $\frac{1}{2^2\times3\times5}$ (무)

(3) $\frac{15}{2^2\times5\times7}=\frac{3}{2^2\times7}$ (무)

(4) $\frac{6}{2\times3^6\times5}=\frac{1}{3^5\times5}$ (무)

(5) $\frac{7}{2\times5^2\times7}=\frac{1}{2\times5^2}$ (유)

(6) $\frac{18}{2\times3^2\times5^2}=\frac{1}{5^2}$ (유)

(7) $\frac{36}{2\times3^2\times5}=\frac{2}{5}$ (유)

(8) $\frac{45}{2\times3^3\times5^2}=\frac{1}{2\times3\times5}$ (무)

07 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ○표, 유한소수로 나타낼 수 <u>없는</u> 것은 ×표를 하시오.

(1) $\frac{10}{27}=\frac{10}{3^3}$ (×)

(2) $\frac{13}{52}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$ (○)

(3) $\frac{21}{180}=\frac{7}{60}=\frac{7}{2^2\times3\times5}$ (×)

(4) $\frac{14}{280}=\frac{1}{20}=\frac{1}{2^2\times5}$ (○)

(5) $\frac{35}{360}=\frac{7}{72}=\frac{7}{2^3\times3^2}$ (×)

(6) $\frac{21}{500}=\frac{21}{2^2\times5^3}$ (○)

(7) $\frac{66}{825}=\frac{2}{25}=\frac{2}{5^2}$ (○)

(8) $\frac{70}{1050}=\frac{1}{15}=\frac{1}{3\times5}$ (×)

유한소수가 되도록 하는 미지수의 값 구하기(1)

$\frac{B}{A}\times x$ 꼴, $\frac{B}{A\times x}$ 꼴

➡ $\frac{B}{A}$를 기약분수로 나타낸 후, 분모의 소인수가 **2** 또는 **5**만 남도록 x의 값을 정한다.

08 다음 분수에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수로 나타낼 수 있다. □ 안에 알맞은 가장 작은 자연수를 써넣으시오.

(1) $\frac{1}{3\times 5}\times$ **3**

(2) $\frac{1}{5\times 7}\times$ **7**

(3) $\frac{1}{2^2\times 3}\times$ **3**

(4) $\frac{1}{2^2\times 5\times 7}\times$ **7**

(5) $\frac{7}{2\times 3\times 5^2\times 7}\times$ **3**

(6) $\frac{11}{2^3\times 5^2\times 11\times 13}\times$ **13**

(7) $\frac{5}{350}\times$ **7**

$\frac{5}{350}=\frac{1}{70}=\frac{1}{2\times 5\times 7}$

(8) $\frac{9}{220}\times$ **11**

$\frac{9}{220}=\frac{9}{2^2\times 5\times 11}$

09 다음 분수가 유한소수가 되도록 하는 x의 값을 모두 찾아 ○표를 하시오.

(1) $\frac{3}{2\times x}$

(3), (6), 7, 11, 13

(2) $\frac{7}{5\times x}$

3, (7), 11, 13, (14)

(3) $\frac{15}{2\times 5\times x}=\frac{3}{2\times x}$

(3), 7, (8), 11, 13

(4) $\frac{3}{2^2\times 5\times x}$

(3), 7, 11, 13, (15)

(5) $\frac{21}{2^2\times 3\times x}=\frac{7}{2^2\times x}$

3, 6, (7), (10), 11

(6) $\frac{42}{3\times 5^2\times x}=\frac{14}{5^2\times x}$

3, (7), 11, 13, (14)

유한소수가 되도록 하는 미지수의 값 구하기(2)

$\frac{3\times a}{35}$ → (분모의 소인수분해) → $\frac{3\times a}{5\times \boxed{7}}$ → (분모의 $\boxed{7}$ 없애기) → a는 $\boxed{7}$의 배수

10 다음 분수가 유한소수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값을 구하시오.

(1) $\frac{a}{6}$ **3**

$6=2\times3$ $\therefore a=3$

(2) $\frac{a}{14}$ **7**

$14=2\times7$ $\therefore a=7$

(3) $\frac{a}{12}$ **3**

$12=3\times2^2$ $\therefore a=3$

(4) $\frac{a}{55}$ **11**

$55=5\times11$ $\therefore a=11$

(5) $\frac{a}{28}$ **7**

$28=2^2\times7$ $\therefore a=7$

(6) $\frac{a}{60}$ **3**

$60=2^2\times3\times5$ $\therefore a=3$

(7) $\frac{a}{30}$ **3**

$30=2\times3\times5$ $\therefore a=3$

(8) $\frac{a}{75}$ **3**

$75=3\times5^2$ $\therefore a=3$

(9) $\frac{a}{105}$ **21**

$105=3\times5\times7$ $\therefore a=3\times7=21$

(10) $\frac{7\times a}{90}$ **9**

$90=2\times3^2\times5$ $\therefore a=3^2=9$

(11) $\frac{7\times a}{98}$ **7**

$98=2\times7^2$ $\therefore a=7$

(12) $\frac{11\times a}{120}$ **3**

$120=2^3\times3\times5$ $\therefore a=3$

(13) $\frac{5\times a}{140}$ **7**

$140=2^2\times5\times7$ $\therefore a=7$

(14) $\frac{3\times a}{490}$ **49**

$490=2\times5\times7^2$ $\therefore a=7^2=49$

개념 03

순환소수와 순환마디

(1) **순환소수**: 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수

예 $\frac{1}{3}=0.3333\cdots$은 소수점 아래에서 숫자 3이 한없이 되풀이되므로 순환소수이다.

(2) **순환마디**: 순환소수의 소수점 아래에서 되풀이되는 가장 짧은 한 부분

예 $0.1373737\cdots$은 소수점 아래에서 37이 되풀이되므로 순환마디는 37이다.

(3) 순환소수의 표현: 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 간단히 나타낸다.

예 $0.571571\cdots$은 순환마디가 571이므로 571의 양 끝의 숫자 5와 1 위에 점을 찍어 나타낸다.

➡ $0.571571\cdots=0.\dot{5}7\dot{1}$

소수의 분류와 순환소수

소수
- 유한소수: -1.5, 0.3, 2.47 ➡ 유리수
- 무한소수
  - 순환소수: $0.333\cdots$, $0.\dot{3}\dot{7}$ ➡ 유리수
  - 순환하지 않는 무한소수: π, $7.25316\cdots$ ➡ 유리수가 아니다.

01 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 유한소수는 모두 유리수이다. (○)

(2) 순환소수는 유리수가 아니다. (×)

(3) 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다. (○)

(4) 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다. (×)

02 다음 소수가 순환소수인 것은 ○표, 순환하지 않는 무한소수인 것은 ×표를 하시오.

(1) $0.6666\cdots$ (○)

(2) $0.75555\cdots$ (○)

(3) $0.3425375\cdots$ (×)

(4) $1.8888\cdots$ (○)

(5) $2.158375\cdots$ (×)

(6) $1.838383\cdots$ (○)

(7) $2.789514\cdots$ (×)

(8) $1.907907907\cdots$ (○)

순환소수의 표현

순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 나타낸다.
즉, 순환마디의 숫자가
① 1개 또는 2개이면 반복되는 숫자 위에 점을 찍는다.
➡ $0.aaa\cdots=\boxed{0.\dot{a}}\ (a\neq0)$, $0.ababab\cdots=\boxed{0.\dot{a}\dot{b}}$
② 3개 이상이면 반복되는 숫자의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍는다.
➡ $0.abcabcabc\cdots=\boxed{0.\dot{a}b\dot{c}}$

03 다음 순환소수의 순환마디를 구하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $0.4444\cdots$ — 4, $0.\dot{4}$

(2) $3.5555\cdots$ — 5, $3.\dot{5}$

(3) $0.535353\cdots$ — 53, $0.\dot{5}\dot{3}$

(4) $6.181818\cdots$ — 18, $6.\dot{1}\dot{8}$

(5) $0.134134134\cdots$ — 134, $0.\dot{1}3\dot{4}$

(6) $1.648648\cdots$ — 648, $1.\dot{6}4\dot{8}$

(7) $0.35868686\cdots$ — 86, $0.3\dot{5}\dot{8}\dot{6}$

(8) $3.5632632632\cdots$ — 632, $3.5\dot{6}3\dot{2}$

04 다음 분수를 소수로 나타낸 후, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $\frac{4}{9}$ ➡ $0.4444\cdots$ ➡ $0.\dot{4}$

(2) $\frac{1}{6}$ ➡ $0.16666\cdots$ ➡ $0.1\dot{6}$

(3) $\frac{3}{11}$ ➡ $0.272727\cdots$ ➡ $0.\dot{2}\dot{7}$

(4) $\frac{2}{15}$ ➡ $0.13333\cdots$ ➡ $0.1\dot{3}$

(5) $\frac{5}{24}$ ➡ $0.2083333\cdots$ ➡ $0.208\dot{3}$

(6) $\frac{13}{45}$ ➡ $0.28888\cdots$ ➡ $0.2\dot{8}$

(7) $\frac{4}{27}$ ➡ $0.148148148\cdots$ ➡ $0.\dot{1}4\dot{8}$

(8) $\frac{1}{7}$ ➡ $0.142857142857\cdots$ ➡ $0.\dot{1}42857\dot{}$

순환소수로 나타내어지는 분수

기약분수의 분모에 2와 5 이외의 소인수(3, 7, 11, 13, …)가 있으면 그 분수는 **순환**소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{1}{2\times3}$ $\xrightarrow[2,3]{\text{분모의 소인수}}$ **순환**소수

② $\frac{7}{2\times5\times7}$ $\xrightarrow[2,5]{\text{분모의 소인수}}$ 순환소수가 아니다(유한소수).

05 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 순환소수이면 ○표, 순환소수가 아니면 ×표를 하시오.

(1) $\frac{1}{2\times3\times5}$ (○)

(2) $\frac{9}{2^2\times3\times5}=\frac{3}{2^2\times5}$ (×)

(3) $\frac{1}{2^2\times3\times5}$ (○)

(4) $\frac{21}{2^2\times3\times5^2\times7}=\frac{1}{2^2\times5^2}$ (×)

(5) $\frac{35}{2^2\times3^2\times5\times7}=\frac{1}{2^2\times3^2}$ (○)

(6) $\frac{7}{120}=\frac{7}{2^3\times3\times5}$ (○)

(7) $\frac{9}{150}=\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times5^2}$ (×)

소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기(1)

순환소수의 소수점 아래 n번째 자리의 숫자는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ **순환마디**의 숫자의 개수를 구한다.

❷ 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구한다.

06 순환소수의 소수점 아래 23번째 자리의 숫자를 구한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오

(1) $0.\dot{2}\dot{5}$

➡ 순환마디의 숫자는 2, **5**의 2개이므로

$23=$ **2** $\times11+1$

➡ 소수점 아래 23번째 자리의 숫자는 순환마디의 **1**번째 숫자와 같은 **2**이다.

(2) $1.\dot{2}3\dot{4}$

➡ 순환마디의 숫자는 2, **3**, **4**의 3개이므로

$23=$ **3** $\times7+2$

➡ 소수점 아래 23번째 자리의 숫자는 순환마디의 **2**번째 숫자와 같은 **3**이다.

07 순환소수 $0.3\dot{2}\dot{5}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 소수점 아래 7번째 자리의 숫자 **3**

$7=3\times2+1$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 1번째 숫자와 같은 3이다.

(2) 소수점 아래 20번째 자리의 숫자 **2**

$20=3\times6+2$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 2이다.

(3) 소수점 아래 36번째 자리의 숫자 **5**

$36=3\times12$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 3번째 숫자와 같은 5이다.

소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기(2)

분수를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 n번째 자리의 숫자는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 분수를 순환소수로 나타낸다.

❷ 순환마디를 구한다.

❸ 순환마디의 숫자의 개수를 구한다.

❹ 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구한다.

08 분수 $\frac{5}{11}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 57번째 자리의 숫자를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) $\frac{5}{11}$를 순환소수로 나타내시오. **$0.\dot{4}\dot{5}$**

$\frac{5}{11}=5\div11=0.454545\cdots=0.\dot{4}\dot{5}$

(2) 순환마디를 구하시오. **45**

(3) 순환마디의 숫자의 개수를 구하시오. **2**

(4) 소수점 아래 57번째 자리의 숫자를 구하시오. **4**

$57=2\times28+1$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 1번째 숫자와 같은 4이다.

09 분수 $\frac{21}{37}$을 소수로 나타낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 순환마디 **567**

$\frac{21}{37}=0.567567567\cdots=0.\dot{5}\dot{6}\dot{7}$이므로 순환마디는 567이다.

(2) 소수점 아래 13번째 자리의 숫자 **5**

$13=3\times4+1$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 1번째 숫자와 같은 5이다.

(3) 소수점 아래 35번째 자리의 숫자 **6**

$35=3\times11+2$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 6이다.

(4) 소수점 아래 81번째 자리의 숫자 **7**

$81=3\times27$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 3번째 숫자와 같은 7이다.

10 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구하시오.

(1) $\frac{1}{11}$, $n=17$ **0**

$\frac{1}{11}=0.\dot{0}\dot{9}$에서 순환마디의 숫자는 2개이고, $17=2\times8+1$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 1번째 숫자와 같은 0이다.

(2) $\frac{7}{33}$, $n=32$ **1**

$\frac{7}{33}=0.\dot{2}\dot{1}$에서 순환마디의 숫자는 2개이고, $32=2\times16$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 1이다.

(3) $\frac{5}{27}$, $n=47$ **8**

$\frac{5}{27}=0.\dot{1}8\dot{5}$에서 순환마디의 숫자는 3개이고, $47=3\times15+2$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 8이다.

(4) $\frac{10}{37}$, $n=61$ **2**

$\frac{10}{37}=0.\dot{2}7\dot{0}$에서 순환마디의 숫자는 3개이고, $61=3\times20+1$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 1번째 숫자와 같은 2이다.

(5) $\frac{7}{41}$, $n=80$ **3**

$\frac{7}{41}=0.\dot{1}7073$에서 순환마디의 숫자는 5개이고, $80=5\times16$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 5번째 숫자와 같은 3이다.

(6) $\frac{5}{7}$, $n=93$ **4**

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}14285$에서 순환마디의 숫자는 6개이고, $93=6\times15+3$이므로
구하는 숫자는 순환마디의 3번째 숫자와 같은 4이다.

개념

04 순환소수의 분수 표현

순환소수를 다음과 같은 방법으로 분수로 나타낼 수 있다.

❶ 순환소수를 x로 놓는다.

❷ 소수점 아래 첫째 자리부터 똑같이 순환마디가 시작되도록 양변에 10, 100, 1000, …을 곱하여 두 식을 만든다.

❸ ❷의 두 식을 변끼리 뺀 후, x의 값을 구한다.

예 순환소수 $0.\dot{3}\dot{7}$을 기약분수로 나타내기

$x=0.373737\cdots$로 놓으면 …… ❶

$100x=37.3737\cdots$ …… ❷

$-)\quad x=\ 0.3737\cdots$

$99x=37 \quad \therefore x=\frac{37}{99}$ …… ❸

순환소수 $0.1\dot{3}\dot{7}$을 기약분수로 나타내기

$x=0.1373737\cdots$로 놓으면 …… ❶

$1000x=137.3737\cdots$ …… ❷

$-)\quad 10x=\ \ 1.3737\cdots$

$990x=136 \quad \therefore x=\frac{136}{990}=\frac{68}{495}$ …… ❸

소수점 아래 바로 순환마디가 오는 경우

$x=0.\dot{4}\dot{5}=0.\underset{\text{45}}{45}4545\cdots$

$\boxed{100}x=\underset{\text{45}}{45}.454545\cdots$ ← 첫 순환마디 뒤에 소수점

$-)\quad x=\ 0.\underset{\text{45}}{45}4545\cdots$ ← 첫 순환마디 앞에 소수점

$\boxed{99}x=45 \quad \therefore x=\frac{45}{\boxed{99}}=\frac{5}{11}$

01 다음은 순환소수를 기약분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x=0.\dot{2}$

$\boxed{10}x=2.2222\cdots$

$-)\quad x=0.2222\cdots$

$\boxed{9}x=2 \quad \therefore x=\boxed{\frac{2}{9}}$

(2) $x=0.\dot{2}\dot{5}$

$\boxed{100}x=25.2525\cdots$

$-)\quad x=\ 0.2525\cdots$

$\boxed{99}x=25 \quad \therefore x=\boxed{\frac{25}{99}}$

(3) $x=0.\dot{2}3\dot{4}$

$\boxed{1000}x=234.234234\cdots$

$-)\quad x=\ \ 0.234234\cdots$

$\boxed{999}x=234 \quad \therefore x=\frac{234}{\boxed{999}}=\boxed{\frac{26}{111}}$

(4) $x=3.1\dot{5}\dot{4}$

$\boxed{1000}x=3154.154154\cdots$

$-)\quad x=\ \ 3.154154\cdots$

$\boxed{999}x=3151 \quad \therefore x=\boxed{\frac{3151}{999}}$

(5) $x=4.\dot{2}7\dot{8}$

$\boxed{1000}x=4278.278278\cdots$

$-)\quad x=\ \ 4.278278\cdots$

$\boxed{999}x=4274 \quad \therefore x=\boxed{\frac{4274}{999}}$

소수점 아래 바로 순환마디가 오지 않는 경우

$x=0.43\dot{5}=0.4\dot{3}5\dot{3}5\cdots$

$1000x=435.353535\cdots$ ← 첫 순환마디 뒤에 소수점

$-)\ 10x=4.353535\cdots$ ← 첫 순환마디 앞에 소수점

$990x=431 \quad \therefore x=\frac{431}{990}$

02 다음은 순환소수를 기약분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x=0.7\dot{4}$

$100x=74.4444\cdots$

$-)\ 10x=7.4444\cdots$

$90x=67 \quad \therefore x=\frac{67}{90}$

(2) $x=0.0\dot{5}$

$100x=5.5555\cdots$

$-)\ 10x=0.5555\cdots$

$90x=5 \quad \therefore x=\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$

(3) $x=0.0\dot{1}\dot{2}$

$1000x=12.1212\cdots$

$-)\ 10x=0.1212\cdots$

$990x=12 \quad \therefore x=\frac{12}{990}=\frac{2}{165}$

(4) $x=1.27\dot{4}$

$1000x=1274.4444\cdots$

$-)\ 100x=127.4444\cdots$

$900x=1147 \quad \therefore x=\frac{1147}{900}$

03 다음 순환소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{7}$ $\frac{7}{9}$

$x=0.\dot{7}=0.77777\cdots$이므로

$10x=7.7777\cdots$

$-)\ x=0.7777\cdots$

$9x=7 \quad \therefore x=\frac{7}{9}$

(2) $0.\dot{3}\dot{1}$ $\frac{31}{99}$

$x=0.\dot{3}\dot{1}=0.313131\cdots$이므로

$100x=31.3131\cdots$

$-)\ x=0.3131\cdots$

$99x=31 \quad \therefore x=\frac{31}{99}$

(3) $0.2\dot{6}\dot{1}$ $\frac{29}{111}$

$x=0.2\dot{6}\dot{1}=0.261261261\cdots$이므로

$1000x=261.261261\cdots$

$-)\ x=0.261261\cdots$

$999x=261 \quad \therefore x=\frac{261}{999}=\frac{29}{111}$

(4) $0.4\dot{7}$ $\frac{43}{90}$

$x=0.4\dot{7}=0.477777\cdots$이므로

$100x=47.7777\cdots$

$-)\ 10x=4.7777\cdots$

$90x=43 \quad \therefore x=\frac{43}{90}$

(5) $1.6\dot{7}$ $\frac{151}{90}$

$x=1.677777\cdots$이므로

$100x=167.7777\cdots$

$-)\ 10x=16.7777\cdots$

$90x=151 \quad \therefore x=\frac{151}{90}$

(6) $2.\dot{5}$ $\frac{23}{9}$

$x=2.\dot{5}=2.55555\cdots$이므로

$10x=25.5555\cdots$

$-)\ x=2.5555\cdots$

$9x=23 \quad \therefore x=\frac{23}{9}$

(7) $1.45\dot{9}$ $\frac{73}{50}$

$x=1.4599999\cdots$이므로

$1000x=1459.9999\cdots$

$-)\ 100x=145.9999\cdots$

$900x=1314 \quad \therefore x=\frac{1314}{900}=\frac{73}{50}$

(8) $1.3\dot{6}\dot{7}$ $\frac{677}{495}$

$x=1.3\dot{6}\dot{7}=1.3676767\cdots$이므로

$1000x=1367.6767\cdots$

$-)\ 10x=13.6767\cdots$

$990x=1354 \quad \therefore x=\frac{1354}{990}=\frac{677}{495}$

공식을 이용하여 순환소수를 분수로 나타내기

분모, 분자를 다음과 같이 나타낸다.

① 분모: 순환마디를 이루는 숫자의 개수만큼 $\boxed{9}$를 쓰고, 그 뒤에 소수점 아래 순환마디에 포함되지 않는 숫자의 개수만큼 $\boxed{0}$을 쓴다.

② 분자: (전체의 수)−(순환하지 않는 부분의 수)를 쓴다.

04 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $0.\dot{4}=\frac{\boxed{4}}{9}$

(2) $0.\dot{8}=\frac{8}{\boxed{9}}$

(3) $0.\dot{2}\dot{9}=\frac{\boxed{29}}{99}$

(4) $0.\dot{4}\dot{3}=\frac{43}{\boxed{99}}$

(5) $0.\dot{3}7\dot{1}=\frac{\boxed{371}}{999}$

(6) $0.\dot{7}9\dot{1}=\frac{791}{\boxed{999}}$

(7) $2.\dot{7}\dot{4}=\frac{274-\boxed{2}}{99}=\frac{\boxed{272}}{99}$

(8) $4.\dot{5}2\dot{3}=\frac{4523-\boxed{4}}{999}=\frac{\boxed{4519}}{999}$

05 다음 순환소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{7}$ $\frac{7}{9}$

(2) $1.\dot{8}$ $\frac{17}{9}$

$1.\dot{8}=\frac{18-1}{9}=\frac{17}{9}$

(3) $0.\dot{9}\dot{5}$ $\frac{95}{99}$

(4) $0.\dot{8}\dot{1}$ $\frac{9}{11}$

(5) $3.\dot{5}\dot{4}$ $\frac{39}{11}$

$3.\dot{5}\dot{4}=\frac{354-3}{99}=\frac{351}{99}=\frac{39}{11}$

(6) $0.\dot{2}5\dot{2}$ $\frac{28}{111}$

(7) $2.\dot{3}4\dot{5}$ $\frac{781}{333}$

$2.\dot{3}4\dot{5}=\frac{2345-2}{999}=\frac{2343}{999}=\frac{781}{333}$

06 다음은 순환소수를 기약분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $0.4\dot{7}=\dfrac{47-\boxed{4}}{\boxed{90}}=\boxed{\dfrac{43}{90}}$

(2) $0.7\dot{5}=\dfrac{75-\boxed{7}}{90}=\dfrac{\boxed{68}}{90}=\boxed{\dfrac{34}{45}}$

(3) $2.3\dot{6}=\dfrac{236-\boxed{23}}{\boxed{90}}=\boxed{\dfrac{71}{30}}$

(4) $5.6\dot{1}=\dfrac{561-\boxed{56}}{90}=\dfrac{\boxed{505}}{90}=\boxed{\dfrac{101}{18}}$

(5) $1.2\dot{3}\dot{6}=\dfrac{1236-\boxed{12}}{990}=\dfrac{\boxed{1224}}{990}=\boxed{\dfrac{68}{55}}$

(6) $2.4\dot{5}\dot{8}=\dfrac{2458-\boxed{24}}{\boxed{990}}=\boxed{\dfrac{1217}{495}}$

07 다음 순환소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $0.1\dot{7}$ $\dfrac{8}{45}$

$0.1\dot{7}=\dfrac{17-1}{90}=\dfrac{16}{90}=\dfrac{8}{45}$

(2) $1.3\dot{2}$ $\dfrac{119}{90}$

$1.3\dot{2}=\dfrac{132-13}{90}=\dfrac{119}{90}$

(3) $0.2\dot{3}\dot{4}$ $\dfrac{116}{495}$

$0.2\dot{3}\dot{4}=\dfrac{234-2}{990}=\dfrac{232}{990}=\dfrac{116}{495}$

(4) $1.2\dot{5}\dot{7}$ $\dfrac{83}{66}$

$1.2\dot{5}\dot{7}=\dfrac{1257-12}{990}=\dfrac{1245}{990}=\dfrac{83}{66}$

(5) $0.58\dot{3}$ $\dfrac{7}{12}$

$0.58\dot{3}=\dfrac{583-58}{900}=\dfrac{525}{900}=\dfrac{7}{12}$

(6) $1.25\dot{7}$ $\dfrac{283}{225}$

$1.25\dot{7}=\dfrac{1257-125}{900}=\dfrac{1132}{900}=\dfrac{283}{225}$

내신 도전

01 오른쪽 유리수의 분류에서 다음 중 A에 알맞은 수를 모두 고르면? (정답 2개)

유리수 { 정수, A }

① -2 ② $\frac{0}{3}=0$ ✓③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{6}{3}=2$ ✓⑤ $-\frac{12}{5}$

A는 정수가 아닌 유리수이다.

02 다음 소수 중 유한소수가 아닌 것은?

① 2.351 ② 0.53 ✓③ 6.343434…

④ 1.234…9 ⑤ 12.567

③ 무한소수이다.

03 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{12}$

④ $\frac{2}{15}$ ✓⑤ $\frac{3}{25}$

① $\frac{1}{3}=0.3333\cdots$ ② $\frac{1}{7}=0.142857\cdots$ ③ $\frac{1}{12}=0.08333\cdots$

④ $\frac{2}{15}=0.13333\cdots$ ⑤ $\frac{3}{25}=0.12$

04 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

① $\frac{11}{40}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{21}{150}$

✓④ $\frac{14}{5\times7^2}$ ⑤ $\frac{45}{2^2\times3\times5^2}$

① $\frac{11}{40}=\frac{11}{2^3\times5}$: 유한소수 ② $\frac{3}{32}=\frac{3}{2^5}$: 유한소수

③ $\frac{21}{150}=\frac{7}{50}=\frac{7}{2\times5^2}$: 유한소수 ④ $\frac{14}{5\times7^2}=\frac{2}{5\times7}$: 무한소수

⑤ $\frac{45}{2^2\times3\times5^2}=\frac{3}{2^2\times5}$: 유한소수

05 $\frac{17}{84}\times A$를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 다음 중 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 7 ② 14 ✓③ 21

④ 28 ⑤ 35

$\frac{17}{84}=\frac{17}{2^2\times3\times7}$이므로 유한소수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 A는 3과 7의 최소공배수인 21이다.

06 분수 $\frac{27}{2\times3^2\times5\times x}$을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 다음 중 x의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 6 ② 15 ✓③ 18

✓④ 21 ⑤ 30

$\frac{27}{2\times3^2\times5\times x}=\frac{3}{2\times5\times x}$이 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

③ $\frac{3}{2\times5\times18}=\frac{1}{2^2\times3\times5}$

④ $\frac{3}{2\times5\times21}=\frac{1}{2\times5\times7}$

07 다음 분수 중 소수로 나타낼 때, 순환마디의 숫자의 개수가 가장 많은 것은?

① $\frac{2}{3}$ ✓② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{11}{15}$
④ $\frac{7}{22}$ ⑤ $\frac{1}{27}$

① $\frac{2}{3}=0.666\cdots$ ➡ 순환마디: 6
② $\frac{2}{7}=0.285714285714\cdots$ ➡ 순환마디: 285714
③ $\frac{11}{15}=0.7333\cdots$ ➡ 순환마디: 3
④ $\frac{7}{22}=0.3181818\cdots$ ➡ 순환마디: 18
⑤ $\frac{1}{27}=0.037037037\cdots$ ➡ 순환마디: 037

08 분수 $\frac{5}{6}$를 순환소수로 나타내었을 때, 다음 중 순환소수의 표현으로 옳은 것은?

① $0.6\dot{5}$ ② $0.\dot{6}\dot{5}$ ✓③ $0.8\dot{3}$
④ $0.82\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{8}\dot{3}$

$\frac{5}{6}=0.8333\cdots=0.8\dot{3}$

09 분수 $\frac{6}{13}$을 순환소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 32번째 자리의 숫자를 구하시오. **6**

$\frac{6}{13}=0.\dot{4}61538\dot{0}$에서 순환마디의 숫자는 4, 6, 1, 5, 3, 8로 6개이다.
$32=6\times5+2$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 6이다.

10 다음 중 순환소수 $x=1.5424242\cdots$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 순환마디는 42이다.
② $x=1.54\dot{2}\dot{4}\dot{2}$로 나타낼 수 있다.
③ $1000x-10x=1527$이다.
✓④ 분수로 나타내면 $x=\frac{726}{495}$이다.
⑤ $x=1+0.54\dot{2}\dot{4}\dot{2}$

④ $x=\frac{1542-15}{990}=\frac{1527}{990}=\frac{509}{330}$

11 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{8}\dot{7}=\frac{29}{33}$ ✓② $5.\dot{1}\dot{3}=\frac{513}{99}$
③ $0.7\dot{3}=\frac{11}{15}$ ④ $0.\dot{3}0\dot{1}=\frac{301}{999}$
⑤ $1.\dot{6}=\frac{5}{3}$

① $0.\dot{8}\dot{7}=\frac{87}{99}=\frac{29}{33}$
② $5.\dot{1}\dot{3}=\frac{513-5}{99}=\frac{508}{99}$
③ $0.7\dot{3}=\frac{73-7}{90}=\frac{66}{90}=\frac{11}{15}$
⑤ $1.\dot{6}=\frac{16-1}{9}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$

12 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 은영이는 분모를 잘못 보아 $0.\dot{1}\dot{7}$로 나타내었고, 경수는 분자를 잘못 보아 $0.7\dot{2}$로 나타내었다. 처음 기약분수를 순환소수로 나타내시오. **$0.9\dot{4}$**

$0.\dot{1}\dot{7}=\frac{17}{99}$에서 은영이는 분자를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분자는 17이다.
$0.7\dot{2}=\frac{72-7}{90}=\frac{65}{90}=\frac{13}{18}$에서 경수는 분모를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분모는 18이다.
따라서 처음 기약분수는 $\frac{17}{18}$이므로 이를 순환소수로 나타내면
$\frac{17}{18}=0.9444\cdots=0.9\dot{4}$

대단원 평가

01 다음 중 정수가 아닌 유리수는 모두 몇 개인가?

$$-5.7,\quad 9,\quad -2,\quad \frac{6}{11},\quad 0.8,\quad \frac{8}{4}$$

① 1개 ② 2개 ✓③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

-5.7, $\frac{6}{11}$, 0.8은 정수가 아닌 유리수로 모두 3개이다.

02 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 유한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 말한다.
② 무한소수 중에는 순환소수가 아닌 것도 있다.
✓③ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
④ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
⑤ 유리수 중 기약분수의 분모가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

03 다음은 분수를 소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 공통으로 들어갈 수는?

$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times 5}=\frac{7\times\square}{2^2\times 5\times\square}=\frac{7\times\square}{100}=0.35$$

① 2 ✓② 5 ③ 7
④ 10 ⑤ 20

04 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ✓③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

① $\frac{2}{3}=0.6666\cdots$ ② $\frac{1}{6}=0.16666\cdots$ ③ $\frac{3}{8}=0.375$
④ $\frac{7}{12}=0.583333\cdots$ ⑤ $\frac{4}{15}=0.26666\cdots$

05 다음 중 순환소수와 순환마디가 바르게 연결된 것은?

① $0.2222\cdots$ ➡ 2222
✓② $0.123123123\cdots$ ➡ 123
③ $1.343434\cdots$ ➡ 43
④ $3.143143\cdots$ ➡ 314
⑤ $4.010010\cdots$ ➡ 100

① 2 ③ 34 ④ 143 ⑤ 010

06 두 분수 $\frac{7}{12}$과 $\frac{25}{27}$를 순환소수로 나타내었을 때, 순환마디의 숫자의 개수를 각각 a, b라 하자. 이때 $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ✓③ 4
④ 5 ⑤ 6

$\frac{7}{12}=0.58\dot{3}$ ➡ 순환마디: 3 $\therefore a=1$
$\frac{25}{27}=0.\dot{9}2\dot{5}$ ➡ 순환마디: 925 $\therefore b=3$
$\therefore a+b=1+3=4$

07 다음 분수 중 소수로 나타낼 때, 유한소수가 아닌 것은?

① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{5}{16}$ ✓③ $\frac{18}{2^2\times3^3}$
④ $\frac{6}{150}$ ⑤ $\frac{117}{2^3\times3\times5^2\times13}$

① $\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}$: 유한소수 ② $\frac{5}{16}=\frac{5}{2^4}$: 유한소수
③ $\frac{18}{2^2\times3^3}=\frac{1}{2\times3}$: 무한소수 ④ $\frac{6}{150}=\frac{1}{5^2}$: 유한소수
⑤ $\frac{117}{2^2\times3\times5^2\times13}=\frac{3}{2^2\times5^2}$: 유한소수

08 분수 $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는?

① 1 ② 2 ✓③ 4
④ 7 ⑤ 8

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}42857\dot{}$에서 순환마디는 142857로 6개이다.
이때 $50=6\times8+2$이므로 구하는 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 4이다.

09 분수 $\frac{27}{132}\times A$를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수를 구하시오. **99**

$\frac{27}{132}=\frac{9}{44}=\frac{9}{2^2\times11}$이므로 $\frac{9}{2^2\times11}\times A$가 유한소수가 되려면 자연수 A는 11의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 99이다.

10 분수 $\frac{75}{132}$와 $\frac{39}{364}$에 어떤 자연수 x를 곱하여 두 수 모두 유한소수가 되게 하려고 한다. 다음 중 x의 값이 될 수 있는 것은?

① 33 ② 39 ③ 52
④ 66 ✓⑤ 77

$\frac{75}{132}=\frac{25}{44}=\frac{25}{2^2\times11}$, $\frac{39}{364}=\frac{3}{28}=\frac{3}{2^2\times7}$
유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로
두 분수에 곱해야 할 자연수 x는 11과 7의 공배수, 즉 77의 배수이어야 한다.

11 분수 $\frac{18}{12\times x}$을 소수로 나타내면 순환소수가 될 때, 다음 중 x의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 7 ② 9 ③ 14
✓④ 20 ⑤ 27

$\frac{18}{12\times x}=\frac{3}{2\times x}$이 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
④ $x=20$일 때, $\frac{3}{2\times20}=\frac{3}{2^3\times5}$이므로 유한소수가 된다.

12 분수 $\frac{a}{120}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$이 된다, a가 $40<a<50$인 자연수일 때, $a-b$의 값을 구하시오. **22**

$\frac{a}{120}=\frac{a}{2^3\times3\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 하고,
기약분수가 $\frac{7}{b}$이므로 a는 7의 배수이어야 한다.
즉, a는 21의 배수이면서 $40<a<50$이므로 $a=42$
이때 $\frac{42}{120}=\frac{7}{20}$이므로 $b=20$
$\therefore a-b=42-20=22$

13 순환소수 $x=4.30\dot{2}$를 분수로 나타내려고 할 때, 다음 중 가장 편리한 식은?

① $10x-x$ ② $100x-x$
③ $100x-10x$ ✓④ $1000x-x$
⑤ $1000x-100x$

14 다음은 순환소수 $1.2\dot{3}$을 기약분수로 나타내는 과정이다. ①~⑤에 들어갈 수가 옳지 않은 것은?

$x=1.2\dot{3}=1.233333\cdots$으로 놓으면
① $x=123.3333\cdots$ …… ㉠
② $x=12.3333\cdots$ …… ㉡
㉠−㉡을 하면 ③ $x=$ ④
$\therefore x=$ ⑤

① 100 ② 10 ✓③ 99 → 90
④ 111 ⑤ $\frac{37}{30}$

15 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $0.0\dot{5}=\frac{1}{18}$ ② $0.4\dot{3}=\frac{13}{30}$
③ $0.\dot{8}\dot{1}=\frac{9}{11}$ ✓④ $2.\dot{9}\dot{3}=\frac{97}{30}$
⑤ $3.8\dot{2}=\frac{172}{45}$

① $0.0\dot{5}=\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$
② $0.4\dot{3}=\frac{43-4}{90}=\frac{39}{90}=\frac{13}{30}$
③ $0.\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{99}=\frac{9}{11}$
④ $2.\dot{9}\dot{3}=\frac{293-2}{99}=\frac{291}{99}=\frac{97}{33}$
⑤ $3.8\dot{2}=\frac{382-38}{90}=\frac{344}{90}=\frac{172}{45}$

16 순환소수 $3.\dot{7}\dot{8}$을 기약분수로 나타낼 때, 이 기약분수의 분자와 분모의 합을 구하시오. **158**

$3.\dot{7}\dot{8}=\frac{378-3}{99}=\frac{375}{99}=\frac{125}{33}$
$\therefore 125+33=158$

17 두 순환소수 $0.\dot{4}\dot{5}$, $1.\dot{4}$를 기약분수로 나타내면 각각 $\frac{5}{a}$, $\frac{b}{9}$일 때, $\frac{b}{a}$를 순환소수로 바르게 나타낸 것은?

① $1.1\dot{6}$ ✓② $1.\dot{1}\dot{8}$ ③ $1.\dot{8}\dot{1}$
④ $1.\dot{8}\dot{2}$ ⑤ $1.2\dot{8}$

$0.\dot{4}\dot{5}=\frac{45}{99}=\frac{5}{11}=\frac{5}{a}$이므로 $a=11$
$1.\dot{4}=\frac{14-1}{9}=\frac{13}{9}=\frac{b}{9}$이므로 $b=13$
$\therefore \frac{b}{a}=\frac{13}{11}=1.181818\cdots=1.\dot{1}\dot{8}$

18 순환소수 $1.8\dot{4}$에 어떤 자연수를 곱하여 유한소수가 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오. **9**

$1.8\dot{4}=\frac{184-18}{90}=\frac{166}{90}=\frac{83}{45}=\frac{83}{3^2\times5}$이므로
곱할 수 있는 자연수는 9의 배수이다.
따라서 구하는 가장 작은 자연수는 9이다.

II

식의 계산

이 단원에서 공부해야 할 **필수 개념**

1 단항식의 계산

개념 01 지수법칙(1)–지수의 합과 곱

개념 02 지수법칙(2)–지수의 차

개념 03 지수법칙(3)–지수의 분배

개념 04 단항식의 곱셈과 나눗셈

개념 05 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

내신 도전

2 다항식의 계산

개념 06 다항식의 덧셈과 뺄셈

개념 07 이차식의 덧셈과 뺄셈

개념 08 다항식의 곱셈과 나눗셈

개념 09 식의 값과 식의 대입

내신 도전

대단원 평가

개념 01

지수법칙(1)—지수의 합과 곱

m, n이 자연수일 때,

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (지수의 합) 예 $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$, $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$ (지수의 곱) 예 $(a^3)^2 = a^{3\times 2} = a^6$, $(3^2)^3 = 3^{2\times 3} = 3^6$

참고 • a는 a^1으로 생각한다.
• 지수법칙은 밑이 서로 같을 때만 이용할 수 있다.

지수법칙 (1) – 지수의 합

① 밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수 끼리 더하여 계산한다.

② m, n이 자연수일 때, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

01 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $2^2 \times 2^2$ 2^4

(2) $a^2 \times a^5$ a^7

(3) $b^6 \times b^2$ b^8

(4) $5^3 \times 5^5 \times 5^4$ 5^{12}

(5) $a \times a^3 \times a^5$ a^9

(6) $b^2 \times b^3 \times b^4$ b^9

(7) $x^6 \times y^6 \times x^2 \times y^3$ x^8y^9

(8) $a^2 \times b^4 \times a^3 \times b^2 \times a^5$ $a^{10}b^6$

02 다음 중 계산 결과가 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하고, 바른 답을 구하시오.

(1) $x^3 \times x^5 = x^8$ (○) _____

(2) $x^2 \times x^3 = x^6$ (×) x^5

(3) $y^2 \times y^4 \times y = y^6$ (×) y^7

(4) $3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^6$ (○) _____

(5) $(-5) \times (-5)^6 = (-5)^6$ (×) $(-5)^7$

(6) $4 \times 2^2 = 2^4$ (○) _____

(7) $x^2 \times y^2 \times x^3 = x^6y^2$ (×) x^5y^2

(8) $a^4 \times b \times a \times b^2 = a^5b^3$ (○) _____

지수법칙 (1) – 지수의 곱

① 거듭제곱의 거듭제곱은 지수끼리 곱 하여 계산한다.

② m, n이 자연수일 때, $(a^m)^n = a^{\boxed{mn}}$

03 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(a^3)^4$ a^{12}

(2) $(b^4)^5$ b^{20}

(3) $(2^4)^5$ 2^{20}

(4) $(5^6)^3$ 5^{18}

04 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^2)^3 \times x^2$ x^8
$= x^6 \times x^2 = x^8$

(2) $(a^3)^2 \times (a^5)^4$ a^{26}
$= a^6 \times a^{20} = a^{26}$

(3) $x^3 \times (y^2)^5 \times x^2$ x^5y^{10}
$= x^3 \times x^2 \times y^{10} = x^5y^{10}$

(4) $(a^6)^3 \times (b^3)^8 \times (a^2)^4$ $a^{26}b^{24}$
$= a^{18} \times a^8 \times b^{24} = a^{26}b^{24}$

(5) $x^3 \times (y^3)^4 \times (x^4)^5 \times (y^2)^{10}$ $x^{23}y^{32}$
$= x^3 \times x^{20} \times y^{12} \times y^{20} = x^{23}y^{32}$

05 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $a^{\boxed{7}} \times a^3 = a^{10}$

(2) $x^3 \times x^{\boxed{11}} \times x^4 = x^{18}$

(3) $a^4 \times a^2 \times a^{\boxed{15}} = a^{21}$

(4) $x^3 \times x^{\boxed{9}} \times y^2 \times y^{\boxed{5}} = x^{12}y^7$

06 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $(a^3)^{\boxed{8}} = a^{24}$

(2) $(3^5)^{\boxed{15}} = 3^{75}$

(3) $x^4 \times (x^3)^{\boxed{4}} = x^{16}$
$x^{4+3\times\square} = x^{16}$에서
$4 + 3 \times \square = 16$, $3 \times \square = 12$ $\therefore \square = 4$

(4) $a^2 \times (b^3)^{\boxed{6}} \times a^5 \times b^2 = a^{\boxed{7}}b^{20}$
$b^{3\times\square+2} = b^{20}$에서
$3 \times \square + 2 = 20$, $3 \times \square = 18$ $\therefore \square = 6$

개념 02

지수법칙(2)—지수의 차

$a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때,

지수의 차

$$a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$$

예 $a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$

예 $a^3 \div a^3 = 1$

예 $a^3 \div a^5 = \dfrac{1}{a^{5-3}} = \dfrac{1}{a^2}$

지수법칙 (2) – 지수의 차

① $a^m \div a^n \xrightarrow[m>n]{\text{지수의 차}} a^{\boxed{m-n}}$

② $a^m \div a^n \xrightarrow[m=n]{\text{지수가 같다}} \boxed{1}$

③ $a^m \div a^n \xrightarrow[m<n]{\text{지수의 차}} \dfrac{1}{a^{\boxed{n-m}}}$

01 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $a^5 \div a^2 = a^{\boxed{5}-2} = a^{\boxed{3}}$

(2) $a^2 \div a^2 = \boxed{1}$

(3) $a^2 \div a^4 = \dfrac{1}{a^{\boxed{4}-2}} = \dfrac{1}{a^{\boxed{2}}}$

(4) $3^5 \div 3^2 = 3^{\boxed{3}}$

(5) $3^5 \div 3^5 = \boxed{1}$

(6) $3^2 \div 3^5 = \dfrac{1}{3^{\boxed{3}}}$

02 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^7 \div x^3$ x^4

(2) $a^6 \div a^6$ 1

(3) $x^3 \div x^7$ $\dfrac{1}{x^4}$

(4) $a^8 \div a^5$ a^3

(5) $y^9 \div y^2$ y^7

(6) $a^4 \div a^{12}$ $\dfrac{1}{a^8}$

(7) $3^7 \div 3^{14}$ $\dfrac{1}{3^7}$

(8) $\dfrac{5^8}{5^{12}}$ $\dfrac{1}{5^4}$

03 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $2^{10}\div 2^4\div 2^5$ **2**

$=2^{10-4}\div 2^5=2^6\div 2^5=2^{6-5}=2$

(2) $a^8\div a^5\div a^3$ **1**

$=a^{8-5}\div a^3=a^3\div a^3=1$

(3) $b^{12}\div b^9\div b^4$ $\boldsymbol{\frac{1}{b}}$

$=b^{12-9}\div b^4=b^3\div b^4=\frac{1}{b^{4-3}}=\frac{1}{b}$

(4) $x^9\div x^6\div x$ $\boldsymbol{x^2}$

$=x^{9-6}\div x=x^3\div x=x^{3-1}=x^2$

04 다음 중 계산 결과가 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하고, 바른 답을 구하시오.

(1) $b^{11}\div b^{11}=0$ (×) **1**

(2) $\frac{x^{17}}{x^{11}}=x^6$ (○)

(3) $a^8\div a^2\div a^3=a^3$ (○)

(4) $x^8\div x^3\div x^6=x^5$ (×) $\boldsymbol{\frac{1}{x}}$

$x^8\div x^3\div x^6=x^{8-3}\div x^6=x^5\div x^6=\frac{1}{x^{6-5}}=\frac{1}{x}$

05 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^{30}\div(a^5)^3$ $\boldsymbol{a^{15}}$

$=a^{30}\div a^{15}=a^{30-15}=a^{15}$

(2) $(a^2)^3\div a^{20}$ $\boldsymbol{\frac{1}{a^{14}}}$

$=a^6\div a^{20}=\frac{1}{a^{20-6}}=\frac{1}{a^{14}}$

(3) $(a^3)^3\div(a^4)^2$ $\boldsymbol{a}$

$=a^9\div a^8=a^{9-8}=a$

(4) $(a^2)^4\div(a^3)^5$ $\boldsymbol{\frac{1}{a^7}}$

$=a^8\div a^{15}=\frac{1}{a^{15-8}}=\frac{1}{a^7}$

(5) $(x^5)^2\div(x^2)^3$ $\boldsymbol{x^4}$

$=x^{10}\div x^6=x^{10-6}=x^4$

(6) $(x^4)^6\div(x^2)^{12}$ **1**

$=x^{24}\div x^{24}=1$

(7) $(x^2)^5\div x^2\div x^7$ $\boldsymbol{x}$

$=x^{10}\div x^2\div x^7=x^{10-2}\div x^7=x^8\div x^7=x^{8-7}=x$

(8) $(x^3)^6\div(x^7)^2\div x^5$ $\boldsymbol{\frac{1}{x}}$

$=x^{18}\div x^{14}\div x^5=x^{18-14}\div x^5=x^4\div x^5=\frac{1}{x^{5-4}}=\frac{1}{x}$

개념 03

지수법칙(3)—지수의 분배

n이 자연수일 때,

(1) $(ab)^n=a^nb^n$

예 $(ab)^3=a^3b^3$, $(2x)^3=2^3\times x^3=8x^3$

참고 $a>0$일 때,

$(-a)^{(짝수)}=a^{(짝수)}$, $(-a)^{(홀수)}=-a^{(홀수)}$

(2) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ (단, $b\neq0$)

예 $\left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{a^3}{b^3}$, $\left(\frac{y}{3x}\right)^2=\frac{y^2}{(3x)^2}=\frac{y^2}{9x^2}$

지수법칙(3)—지수의 분배

n이 자연수일 때,

① $(ab)^n=a^{\square n}b^{\square n}$ ② $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^{\square n}}{b^{\square n}}$

01 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $(ab)^2=a^{\square 2}b^{\square 2}$

(2) $(a^2b)^2=a^{2\times\square 2}b^{\square 2}=a^{\square 4}b^{\square 2}$

(3) $(a^3b^2)^3=a^{3\times\square 3}b^{2\times\square 3}=a^{\square 9}b^{\square 6}$

(4) $\left(\frac{a}{b}\right)^4=\frac{a^{\square 4}}{b^{\square 4}}$

(5) $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^3=\frac{a^{3\times\square 3}}{b^{2\times\square 3}}=\frac{a^{\square 9}}{b^{\square 6}}$

(6) $(-xy^3)^2=(-1)^{\square 2}x^{\square 2}y^{3\times\square 2}=x^{\square 2}y^{\square 6}$

(7) $\left(-\frac{x}{y^2}\right)^3=(-1)^{\square 3}\frac{x^{\square 3}}{y^{2\times\square 3}}=-\frac{x^{\square 3}}{y^{\square 6}}$

02 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(ab^2)^3$ a^3b^6

(2) $(a^4b^9)^4$ $a^{16}b^{36}$

(3) $(3x^4)^3$ $27x^{12}$

(4) $(5y^6)^2$ $25y^{12}$

(5) $(-3a^5)^2$ $9a^{10}$
$=(-3)^2(a^5)^2=9a^{10}$

(6) $(-2b^3)^3$ $-8b^9$
$=(-2)^3(b^3)^3=-8b^9$

(7) $(xyz)^3$ $x^3y^3z^3$

(8) $(a^2b^3c)^2$ $a^4b^6c^2$

(9) $(-2x^4y^3)^2$ $4x^8y^6$
$=(-2)^2(x^4)^2(y^3)^2=4x^8y^6$

(10) $(-3x^4yz^2)^3$ $-27x^{12}y^3z^6$
$=(-3)^3(x^4)^3y^3(z^2)^3=-27x^{12}y^3z^6$

03 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\frac{a}{b}\right)^6$ $\frac{a^6}{b^6}$

(2) $\left(\frac{y^2}{x^3}\right)^2$ $\frac{y^4}{x^6}$

(3) $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^3$ $\frac{a^9}{b^6}$

(4) $\left(\frac{2y^2}{x^3}\right)^3$ $\frac{8y^6}{x^9}$

(5) $\left(\frac{b^3}{3a^2}\right)^4$ $\frac{b^{12}}{81a^8}$

(6) $\left(\frac{2x^3}{5y^2}\right)^2$ $\frac{4x^6}{25y^4}$

(7) $\left(-\frac{x^3}{2y^2}\right)^2$ $\frac{x^6}{4y^4}$

(8) $\left(-\frac{b^2}{a^5}\right)^3$ $-\frac{b^6}{a^{15}}$

(9) $\left(-\frac{3y^7}{x^9}\right)^2$ $\frac{9y^{14}}{x^{18}}$

$=(-1)^2\frac{(3y^7)^2}{(x^9)^2}=\frac{3^2y^{14}}{x^{18}}=\frac{9y^{14}}{x^{18}}$

(10) $\left(-\frac{2b^4}{5a^8}\right)^3$ $-\frac{8b^{12}}{125a^{24}}$

$=(-1)^3\frac{(2b^4)^3}{(5a^8)^3}=-\frac{2^3(b^4)^3}{5^3(a^8)^3}=-\frac{8b^{12}}{125a^{24}}$

04 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $(x^4y^{\boxed{2}})^3=x^{12}y^6$

(2) $\left(\frac{y^{\boxed{4}}}{x^3}\right)^5=\frac{y^{20}}{x^{\boxed{15}}}$

(3) $(-2ab^2)^{\boxed{3}}=\boxed{-8}a^3b^{\boxed{6}}$

(4) $\left(-\frac{y^{\boxed{3}}}{x^2}\right)^4=\frac{y^{12}}{x^{\boxed{8}}}$

$y^{□\times4}=y^{12}$에서 $□=3$

(5) $\left(\frac{-2x}{y^{\boxed{2}}}\right)^5=\frac{\boxed{-32}x^5}{y^{10}}$

$y^{□\times5}=y^{10}$에서 $□=2$

05 다음 수가 몇 자리 자연수인지 구하시오.

(1) $2^8\times5^3$ **5자리**

$2^8\times5^3=2^5\times(2^3\times5^3)=32\times(2\times5)^3=32\times10^3=32000$

∴ 5자리

(2) $2^7\times5^9$ **9자리**

$2^7\times5^9=(2^7\times5^7)\times5^2=25\times(2\times5)^7=25\times10^7=250000000$

∴ 9자리

(3) $3\times(2^3)^4\times(5^2)^5$ **12자리**

$3\times(2^3)^4\times(5^2)^5=3\times2^{12}\times5^{10}=3\times2^2\times(2^{10}\times5^{10})=12\times(2\times5)^{10}$

$=12\times10^{10}=120000000000$

∴ 12자리

개념 04

단항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 단항식의 곱셈

① (단항식)×(단항식): 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱한다.

② 같은 문자끼리의 곱은 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

예 $2x^2\times(-4xy)=2\times(-4)\times x^2\times xy=-8x^3y$

• 부호의 결정
- 음수가 홀수 개 ➡ −
- 음수가 짝수 개 ➡ +

(2) 단항식의 나눗셈

방법 1 분수 꼴로 바꾼 후 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 약분한다.

$$A\div B=\frac{A}{B}$$

예 $8xy\div 2y=\frac{8xy}{2y}=4x$

방법 2 나누는 단항식의 역수를 곱하여 계산한다.

$$A\div B=A\times\frac{1}{B}=\frac{A}{B}$$

(곱셈으로, 역수로)

예 $4ab\div 2a=4ab\times\frac{1}{2a}=2b$

단항식의 곱셈

계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱한다.

➡ $(-2a)\times 3ab^2=-6a^2b^2$ (계수의 곱, 문자의 곱)

참고 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.

01 다음 식을 계산하시오.

(1) $2a\times 5a^3$ $10a^4$

(2) $3a\times(-7a^2)$ $-21a^3$

(3) $(-3a^2)\times 4ab^4$ $-12a^3b^4$

(4) $\frac{1}{2}x^4\times(-4x^2)$ $-2x^6$

(5) $(-4y)\times 5x^2y$ $-20x^2y^2$

(6) $\left(-\frac{3}{2}xy^3\right)\times\left(-\frac{4}{9}x^3y^2\right)$ $\frac{2}{3}x^4y^5$

$=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)\times x\times x^3\times y^3\times y^2=\frac{2}{3}x^4y^5$

(7) $(-x^3)^2\times 2x^3$ $2x^9$

$=x^6\times 2x^3=2x^9$

(8) $(-2x^2)\times(-3x^3)^3$ $54x^{11}$

$=(-2x^2)\times(-27x^9)=(-2)\times(-27)\times x^2\times x^9=54x^{11}$

(9) $(a^3)^2\times(-b^2)\times a^8b^4$ $-a^{14}b^6$

$=a^6\times(-b^2)\times a^8b^4=-a^6\times a^8\times b^2\times b^4=-a^{14}b^6$

(10) $\frac{3}{4}x^2y\times x^3y^5\times(-2xy^3)^2$ $3x^7y^{12}$

$=\frac{3}{4}x^2y\times x^3y^5\times(-2)^2x^2y^6$

$=\frac{3}{4}\times 4\times x^2\times x^3\times x^2\times y\times y^5\times y^6$

$=3x^7y^{12}$

단항식의 나눗셈

방법 1 분수 꼴로 바꾸어 계산한다.

➡ $A \div B = \boxed{\frac{A}{B}}$

방법 2 나누는 식의 역수를 곱하여 계산한다.

➡ $A \div B = A \times \boxed{\frac{1}{B}}$

참고 나누는 식의 계수가 분수이거나 나눗셈이 2개 이상인 경우에는 방법 2를 이용하는 것이 편리하다.

02 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $24a^3 \div 6a^2 = \frac{24a^3}{\boxed{6a^2}} = \boxed{4a}$

(2) $6x^2y^3 \div (-4x^4y^2) = \frac{6x^2y^3}{\boxed{-4x^4y^2}} = \boxed{-\frac{3y}{2x^2}}$

(3) $(-4a^2)^3 \div 8a^5b = \frac{\boxed{-64a^6}}{8a^5b} = \boxed{-\frac{8a}{b}}$

(4) $(-xy^2)^4 \div (2x^2y)^3 = \frac{\boxed{x^4y^8}}{8x^6y^3} = \boxed{\frac{y^5}{8x^2}}$

(5) $2ab \div \frac{1}{3}a^2b = 2ab \times \boxed{\frac{3}{a^2b}} = \boxed{\frac{6}{a}}$

(6) $(-25a^3b^7) \div \frac{5}{2}a^2b^8 = (-25a^3b^7) \times \boxed{\frac{2}{5a^2b^8}}$

$= \boxed{-\frac{10a}{b}}$

03 다음 식을 계산하시오.

(1) $18x^2 \div 3x$ **$6x$**

(2) $x^3y^2 \div x^5y^2$ **$\frac{1}{x^2}$**

(3) $3x^3y^2 \div (-9x^2y^3)$ **$-\frac{x}{3y}$**

(4) $(-6a^3)^2 \div 2a^5$ **$18a$**

$= \frac{36a^6}{2a^5} = 18a$

(5) $(-35x^3y) \div \frac{5}{2}x^2y^8$ **$-\frac{14x}{y^7}$**

$= (-35x^3y) \times \frac{2}{5x^2y^8} = -\frac{14x}{y^7}$

(6) $\left(\frac{3}{2}a^2b\right)^2 \div \left(-\frac{3b^2}{2a}\right)^2$ **$\frac{a^6}{b^2}$**

$= \frac{9}{4}a^4b^2 \div \frac{9b^4}{4a^2} = \frac{9a^4b^2}{4} \times \frac{4a^2}{9b^4} = \frac{a^6}{b^2}$

(7) $2x^2y^2 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) \div 4x^3$ **$-\frac{y}{x^2}$**

$= 2x^2y^2 \times \left(-\frac{2}{xy}\right) \times \frac{1}{4x^3} = (-4xy) \times \frac{1}{4x^3} = -\frac{y}{x^2}$

(8) $\left(-\frac{1}{3}x^4y^2\right)^2 \div \frac{4}{9}xy^2 \div (-3x^2y)$ **$-\frac{x^5y}{12}$**

$= \frac{x^8y^4}{9} \times \frac{9}{4xy^2} \times \left(-\frac{1}{3x^2y}\right) = \frac{x^7y^2}{4} \times \left(-\frac{1}{3x^2y}\right) = -\frac{x^5y}{12}$

개념 05

단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

단항식의 곱셈과 나눗셈이 혼합된 식은 다음과 같은 순서로 계산한다.

❶ 괄호가 있는 거듭제곱은 지수법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

❷ 역수를 이용하여 나눗셈식을 곱셈식으로 고친다.

❸ 부호를 결정한 후 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

주의 곱셈과 나눗셈이 혼합된 식은 앞에서부터 차례대로 계산한다.

$$A\times B\div C=A\times B\times\frac{1}{C}=\frac{AB}{C}$$
$$A\div B\times C=A\times\frac{1}{B}\times C=\frac{AC}{B}$$

$A\div B\times C=A\div BC=\frac{A}{BC}$ (×)　　$A\div B\times C=A\times\frac{1}{B}\times C=\frac{AC}{B}$ (○)

단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산 순서

❶ 지수법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

❷ 나눗셈식을 곱셈식으로 고친다.

❸ 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

01 다음 식을 계산하시오.

(1) $(-3xy)\times 3x^2y^3\div xy^2$　**$-9x^2y^2$**

$=(-3xy)\times 3x^2y^3\times\frac{1}{xy^2}=-9x^2y^2$

(2) $3a^2b^3\times 2a^3b\div(-2ab)$　**$-3a^4b^3$**

$=3a^2b^3\times 2a^3b\times\left(-\frac{1}{2ab}\right)=-3a^4b^3$

(3) $2xy^3\times(-6x^2y)\div(-4xy)$　**$3x^2y^3$**

$=2xy^3\times(-6x^2y)\times\left(-\frac{1}{4xy}\right)=3x^2y^3$

(4) $\left(-\frac{x^8}{2y^4}\right)\times(-2y^4)^2\div(-x^3y)^3$　**$\frac{2y}{x}$**

$=\left(-\frac{x^8}{2y^4}\right)\times 4y^8\times\left(-\frac{1}{x^9y^3}\right)=\frac{2y}{x}$

02 다음 식을 계산하시오.

(1) $2a^2b\div ab\times 4b$　**$8ab$**

$=2a^2b\times\frac{1}{ab}\times 4b=8ab$

(2) $(x^2)^3\div x^8\times(x^4)^3$　**x^{10}**

$=x^6\times\frac{1}{x^8}\times x^{12}=x^{10}$

(3) $(2a)^3\div(-3a^2)\times(4a)^2$　**$-\frac{128}{3}a^3$**

$=8a^3\times\left(-\frac{1}{3a^2}\right)\times 16a^2=-\frac{128}{3}a^3$

(4) $xy^3\div 2xy\times\left(\frac{y}{x}\right)^3$　**$\frac{y^5}{2x^3}$**

$=xy^3\times\frac{1}{2xy}\times\frac{y^3}{x^3}=\frac{y^5}{2x^3}$

(5) $(-16xy^2)\div 4x^2y\times(-2xy)^2$　**$-16xy^3$**

$=(-16xy^2)\times\frac{1}{4x^2y}\times 4x^2y^2=-16xy^3$

(6) $\left(-\frac{1}{5}x^3y^2\right)\div\left(-\frac{4}{5}x^2y\right)\times(-2x^2y^3)$　**$-\frac{x^3y^4}{2}$**

$=\left(-\frac{1}{5}x^3y^2\right)\times\left(-\frac{5}{4x^2y}\right)\times(-2x^2y^3)=-\frac{x^3y^4}{2}$

어떤 식 구하기

① $A\times\square=B$ ➡ $\square=\boxed{B}\div\boxed{A}$

② $A\div\square=B$ ➡ $\square=\boxed{A}\div\boxed{B}$

③ $\square\div A=B$ ➡ $\square=\boxed{A}\times\boxed{B}$

03 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.

(1) $4a^2\times\square=12a^3b^2$ **$3ab^2$**

$\square=12a^3b^2\div4a^2=\frac{12a^3b^2}{4a^2}=3ab^2$

(2) $\square\times(-3x^2yz^2)=3x^4y^2z^4$ **$-x^2yz^2$**

$\square=3x^4y^2z^4\div(-3x^2yz^2)=\frac{3x^4y^2z^4}{-3x^2yz^2}=-x^2yz^2$

(3) $\square\div(-6a^2b)=-6ab^2$ **$36a^3b^3$**

$\square=(-6ab^2)\times(-6a^2b)=36a^3b^3$

(4) $\square\times18y^3\div(-6y^4)=3y$ **$-y^2$**

$\square\times18y^3\times\left(-\frac{1}{6y^4}\right)=3y$, $\square\times\left(-\frac{3}{y}\right)=3y$

$\therefore\square=3y\div\left(-\frac{3}{y}\right)=3y\times\left(-\frac{y}{3}\right)=-y^2$

(5) $2x^2y\div\square\times4y=8xy$ **xy**

$2x^2y\times\frac{1}{\square}\times4y=8xy$, $\frac{8x^2y^2}{\square}=8xy$

$\therefore\square=8x^2y^2\div8xy=\frac{8x^2y^2}{8xy}=xy$

(6) $(2x^2y^3)^3\div\square\times\frac{1}{4xy}=\frac{2y}{x}$ **x^6y^7**

$8x^6y^9\times\frac{1}{\square}\times\frac{1}{4xy}=\frac{2y}{x}$, $\frac{2x^5y^8}{\square}=\frac{2y}{x}$

$\therefore\square=2x^5y^8\div\frac{2y}{x}=2x^5y^8\times\frac{x}{2y}=x^6y^7$

단항식의 곱셈과 나눗셈의 활용

도형의 넓이 또는 부피를 구하는 공식에 주어진 식을 대입한다.

① (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로 의 길이)

(삼각형의 넓이)=$\frac{1}{2}$×(밑변의 길이)×(높이)

② (기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

(뿔의 부피)=$\frac{1}{3}$×(밑넓이)×(높이)

04 다음을 구하시오.

(1) 밑변의 길이가 $4ab^2$이고 높이가 $2a^2b$인 삼각형의 넓이 **$4a^3b^3$**

(삼각형의 넓이)=$\frac{1}{2}\times4ab^2\times2a^2b=4a^3b^3$

(2) 밑면은 한 변의 길이가 $9x^2y^9$인 정사각형이고 높이가 $\left(\frac{y}{x^3}\right)^2$인 사각기둥의 부피 **$\frac{81y^{20}}{x^2}$**

(사각기둥의 부피)=$(9x^2y^9\times9x^2y^9)\times\left(\frac{y}{x^3}\right)^2=81x^4y^{18}\times\frac{y^2}{x^6}=\frac{81y^{20}}{x^2}$

(3) 가로의 길이가 $4ab$이고 넓이가 $12a^2b^3$인 직사각형의 세로의 길이 **$3ab^2$**

$4ab\times$(세로의 길이)$=12a^2b^3$

$\therefore$ (세로의 길이)$=12a^2b^3\div4ab=\frac{12a^2b^3}{4ab}=3ab^2$

(4) 밑면의 반지름의 길이가 $3a^2$이고 부피가 $12\pi a^4b^2$인 원뿔의 높이 **$4b^2$**

$\frac{1}{3}\times\{\pi\times(3a^2)^2\}\times$(높이)$=12\pi a^4b^2$, $3\pi a^4\times$(높이)$=12\pi a^4b^2$

$\therefore$ (높이)$=12\pi a^4b^2\div3\pi a^4=\frac{12\pi a^4b^2}{3\pi a^4}=4b^2$

내신 도전

01 다음 중 옳은 것은?

① $x^4 \times x^3 = x^{12}$ ② $x \times x^3 \times x^5 = x^8$
③ $(x^2)^3 = x^5$ ✓④ $(x^8)^5 = x^{40}$
⑤ $x^2 \times (x^3)^4 = x^9$

① $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$
② $x \times x^3 \times x^5 = x^{1+3+5} = x^9$
③ $(x^2)^3 = x^{2\times 3} = x^6$
⑤ $x^2 \times (x^3)^4 = x^2 \times x^{12} = x^{14}$

02 $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^n$일 때, 자연수 n의 값은?

① 5 ✓② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$ $\therefore n = 6$

03 $(2^2)^{\square} \times 3^3 \times 2^4 \times (3^{\square})^6 = 2^{18}3^{15}$일 때, □ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하면?

① 5, 2 ② 5, 6 ③ 6, 3
✓④ 7, 2 ⑤ 7, 9

$2^{2\times\square} \times 2^4 = 2^{2\times\square+4} = 2^{18}$에서
$2 \times \square + 4 = 18$ $\therefore \square = 7$
$3^3 \times 3^{\square\times 6} = 3^{3+\square\times 6} = 3^{15}$에서
$3 + \square \times 6 = 15$ $\therefore \square = 2$

04 다음을 만족시키는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. **16**

(가) $3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^a$
(나) $\{(3^2)^2\}^2 = 3^b$

(가) $3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3^2)^4 = 3^8$ $\therefore a = 8$
(나) $\{(3^2)^2\}^2 = (3^4)^2 = 3^8$ $\therefore b = 8$
$\therefore a + b = 8 + 8 = 16$

05 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $a^2 \times a^4$ ② $a^{15} \div a^8 \div a$
③ $(a^2)^5 \div a^4$ ④ $a^{15} \div (a^7 \times a^2)$
✓⑤ $a^{16} \div a^9 \times a$

①, ②, ③, ④ a^6
⑤ $a^{16} \div a^9 \times a = a^7 \times a = a^8$

06 $\left(\frac{2x^A}{y}\right)^4 = \frac{Cx^8}{y^B}$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A-B+C$의 값은?

① 10 ② 12 ✓③ 14
④ 16 ⑤ 18

$\frac{16x^{4A}}{y^4} = \frac{Cx^8}{y^B}$이므로 $A=2$, $B=4$, $C=16$
$\therefore A - B + C = 2 - 4 + 16 = 14$

07 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3x^2\times 2x^5=6x^7$

② $\frac{1}{3}x^3\times(-12x^2)=-4x^5$

③ $\left(-\frac{2}{3}xy^3\right)\times\left(-\frac{9}{8}x^3y^2\right)=\frac{3}{4}x^4y^5$

④ $x^5y^3\div\frac{1}{3}x^6y^4=\frac{3}{xy}$

✓⑤ $\frac{4}{3}x^4y^5\div\left(-\frac{4}{15}x^3y^6\right)=-\frac{y}{5x}$

⑤ $\frac{4}{3}x^4y^5\div\left(-\frac{4}{15}x^3y^6\right)=\frac{4}{3}x^4y^5\times\left(-\frac{15}{4x^3y^6}\right)=-\frac{5x}{y}$

08 $(x^2y)^2\times(-3x^2)^2\div(-xy)^4=\frac{ax^b}{y^c}$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 13 ② 14 ✓③ 15
④ 16 ⑤ 17

$x^4y^2\times 9x^4\div x^4y^4=\frac{9x^8y^2}{x^4y^4}=\frac{9x^4}{y^2}=\frac{ax^b}{y^c}$

따라서 $a=9$, $b=4$, $c=2$이므로 $a+b+c=9+4+2=15$

09 $(-6x^3y^3)\div\square\times(2xy^2)^2=2x^2y^3$일 때, □ 안에 알맞은 식은?

① $-24x^3y^4$ ✓② $-12x^3y^4$ ③ $-4x^3y^4$
④ $4x^3y^4$ ⑤ $12x^3y^4$

$(-6x^3y^3)\times\frac{1}{\square}\times 4x^2y^4=\frac{-24x^5y^7}{\square}=2x^2y^3$

$\therefore\ \square=(-24x^5y^7)\div 2x^2y^3=\frac{-24x^5y^7}{2x^2y^3}=-12x^3y^4$

10 $\frac{2^{18}\times 15^9}{6^8}$이 n자리 자연수일 때, n의 값을 구하시오. **10**

$\frac{2^{18}\times 15^9}{6^8}=\frac{2^{18}\times(3\times 5)^9}{(2\times 3)^8}=\frac{2^{18}\times 3^9\times 5^9}{2^8\times 3^8}$

$=2^{10}\times 3\times 5^9=2\times 3\times 2^9\times 5^9$

$=6\times(2\times 5)^9=6\times 10^9=\underbrace{6000\cdots 0}_{9개}$

따라서 주어진 수는 10자리 자연수이므로 $n=10$

11 어떤 식에 $\left(\frac{2y}{x^3}\right)^2$을 곱해야 할 것을 잘못하여 어떤 식을 $\left(\frac{2y}{x^3}\right)^2$으로 나누었더니 $-6x^7y^2$이 되었다. 이때 바르게 계산한 식을 구하시오. $\mathbf{-\frac{96y^6}{x^5}}$

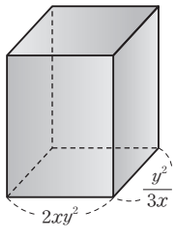
어떤 식을 A라 하면 $A\div\left(\frac{2y}{x^3}\right)^2=-6x^7y^2$

$\therefore\ A=(-6x^7y^2)\times\frac{4y^2}{x^6}=-24xy^4$

따라서 바르게 계산한 식은

$(-24xy^4)\times\left(\frac{2y}{x^3}\right)^2=(-24xy^4)\times\frac{4y^2}{x^6}=-\frac{96y^6}{x^5}$

12 다음 그림과 같이 밑면의 가로의 길이가 $2xy^2$, 세로의 길이가 $\frac{y^2}{3x}$인 직육면체의 부피가 $4x^3y^5$일 때, 이 직육면체의 높이를 구하시오. $\mathbf{6x^3y}$



$2xy^2\times\frac{y^2}{3x}\times(\text{높이})=4x^3y^5$이므로 $\frac{2y^4}{3}\times(\text{높이})=4x^3y^5$

$\therefore\ (\text{높이})=4x^3y^5\div\frac{2y^4}{3}=4x^3y^5\times\frac{3}{2y^4}=6x^3y$

개념 06

다항식의 덧셈과 뺄셈

(1) 다항식의 덧셈: 먼저 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

예 $(2x+5y)+(4x-3y)=2x+5y+4x-3y=2x+4x+5y-3y=6x+2y$

(2) 다항식의 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예 $(4x-5y)-(2x-8y)=4x-5y-2x+8y=4x-2x-5y+8y=2x+3y$

(3) 계수가 분수인 다항식의 덧셈과 뺄셈: 분모의 최소공배수로 통분한 후 계산한다.

예 $\frac{x-y}{2}+\frac{x+y}{3}=\frac{3(x-y)}{6}+\frac{2(x+y)}{6}=\frac{3x-3y+2x+2y}{6}=\frac{5x-y}{6}$

(4) 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈: (소괄호) ➡ {중괄호} ➡ [대괄호]의 순서로 괄호를 푼 후 계산한다.

예 $3x+[4y+\{2x+(5y-6x)\}]=-x+9y$

$5y-6x=-4x+5y$

$2x+(-4x+5y)=-4x+9y$

$4y+(-4x+9y)=-x+9y$

$3x+(-x+9y)=-x+9y$

다항식의 덧셈

먼저 괄호를 풀고 **동류항**끼리 모아서 계산한다.

$(a+2b)+(3a+4b)$

$=a+2b+3a+4b$ ← 괄호 풀기

$=4a+6b$ ← 동류항끼리 계산하기

01 다음 식을 계산하시오.

(1) $(3x-2y)+(5x+4y)$ $8x+2y$

(2) $(5x-3y)+(7x-4y)$ $12x-7y$

(3) $3(2a+3b)+4(-3a+5b)$ $-6a+29b$

$=6a+9b-12a+20b=-6a+29b$

(4) $2(-4x+5y)+3(-3x-9y)$ $-17x-17y$

$=-8x+10y-9x-27y=-17x-17y$

(5) $(2x+y+1)+(3x+4y+3)$ $5x+5y+4$

(6) $(3x-2y+1)+(x-y+5)$ $4x-3y+6$

(7) $(-2x-3y+2)+(3x+5y-1)$ $x+2y+1$

(8) $(2b-3a+1)+(10a+6b-4)$ $7a+8b-3$

(9) $(x-2y+5)+2(-4x+3y)$ $-7x+4y+5$

$=x-2y+5-8x+6y=-7x+4y+5$

다항식의 뺄셈

빼는 식의 각 항의 **부호**를 바꾸어 더한다.

$(10x+8y)-(-7x+2y)$

$=10x+8y+7x-2y$ ← 괄호 풀기

$=17x+6y$ ← 동류항끼리 계산하기

02 다음 식을 계산하시오.

(1) $(-3x+4y)-(x-2y)$ **$-4x+6y$**

$=-3x+4y-x+2y=-4x+6y$

(2) $(7a+5b)-(-4a+3b)$ **$11a+2b$**

$=7a+5b+4a-3b=11a+2b$

(3) $(2y-3x)-(8x-9y)$ **$-11x+11y$**

$=2y-3x-8x+9y=-11x+11y$

(4) $5(3b-2a)-4(-7b-5a)$ **$10a+43b$**

$=15b-10a+28b+20a=10a+43b$

(5) $-3(2a+b)-2(-3a-8b)$ **$13b$**

$=-6a-3b+6a+16b=13b$

(6) $(3a+5b-2)-(2a-2b+1)$ **$a+7b-3$**

$=3a+5b-2-2a+2b-1=a+7b-3$

계수가 분수인 다항식의 덧셈과 뺄셈

계수가 분수인 다항식의 덧셈과 뺄셈은 분모의 **최소공배수**로 통분한 후 계산한다.

03 다음을 완성하시오.

(1) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right)+\left(\frac{1}{3}a-\frac{5}{6}b\right)$

$=\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b-\boxed{\frac{5}{6}}b$

$=\frac{\boxed{3}+2}{6}a+\frac{\boxed{4}-5}{6}b$

$=\boxed{\frac{5}{6}}a-\boxed{\frac{1}{6}}b$

(2) $\frac{3x-y}{4}+\frac{2x-y}{3}$

$=\frac{3(3x-y)+\boxed{4}(2x-y)}{12}$

$=\frac{9x-3y+\boxed{8}x-\boxed{4}y}{12}$

$=\frac{\boxed{17}x-\boxed{7}y}{12}$

(3) $\frac{-3a+b}{5}-\frac{a-3b}{2}$

$=\frac{\boxed{2}(-3a+b)-5(a-3b)}{\boxed{10}}$

$=\frac{\boxed{-6}a+\boxed{2}b-5a+15b}{\boxed{10}}$

$=\frac{\boxed{-11}a+\boxed{17}b}{\boxed{10}}$

04 다음 식을 계산하시오.

(1) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}b\right)+\left(\frac{2}{3}a-\frac{5}{12}b\right)$ **$\frac{7}{6}a+\frac{1}{3}b$**

$=\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b-\frac{5}{12}b=\frac{3+4}{6}a+\frac{9-5}{12}b=\frac{7}{6}a+\frac{1}{3}b$

(2) $\frac{3x-y}{4}+\frac{5x+7y}{8}$ **$\frac{11x+5y}{8}$**

$=\frac{2(3x-y)+5x+7y}{8}=\frac{6x-2y+5x+7y}{8}=\frac{11x+5y}{8}$

(3) $\frac{7a-b}{5}+\frac{2a+3b}{4}$ **$\frac{38a+11b}{20}$**

$=\frac{4(7a-b)+5(2a+3b)}{20}=\frac{28a-4b+10a+15b}{20}$

$=\frac{38a+11b}{20}$

05 다음 식을 계산하시오.

(1) $\left(\frac{3}{4}a-\frac{5}{9}b\right)-\left(\frac{5}{6}a+\frac{1}{3}b\right)$ **$-\frac{1}{12}a-\frac{8}{9}b$**

$=\frac{3}{4}a-\frac{5}{6}a-\frac{5}{9}b-\frac{1}{3}b=\frac{9-10}{12}a-\frac{5+3}{9}b=-\frac{1}{12}a-\frac{8}{9}b$

(2) $\frac{3x-y}{10}-\frac{x+2y}{5}$ **$\frac{x-5y}{10}$**

$=\frac{3x-y-2(x+2y)}{10}=\frac{3x-y-2x-4y}{10}$

$=\frac{x-5y}{10}$

(3) $\frac{5a-3b}{8}-\frac{7a-11b}{12}$ **$\frac{a+13b}{24}$**

$=\frac{3(5a-3b)-2(7a-11b)}{24}=\frac{15a-9b-14a+22b}{24}$

$=\frac{a+13b}{24}$

06 다음 식을 계산하시오.

(1) $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)+8\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}y\right)$ **$5x-2y$**

$=3x+2y+2x-4y=5x-2y$

(2) $9\left(\frac{2}{3}a+\frac{4}{9}b\right)-12\left(\frac{5}{6}a-\frac{3}{4}b\right)$ **$-4a+13b$**

$=6a+4b-10a+9b=-4a+13b$

(3) $\frac{3x+5y-1}{4}+\frac{x-2y+4}{3}$ **$\frac{13x+7y+13}{12}$**

$=\frac{3(3x+5y-1)+4(x-2y+4)}{12}$

$=\frac{9x+15y-3+4x-8y+16}{12}$

$=\frac{13x+7y+13}{12}$

(4) $\frac{a+2b-5}{5}-\frac{2a-b-1}{3}$ **$\frac{-7a+11b-10}{15}$**

$=\frac{3(a+2b-5)-5(2a-b-1)}{15}$

$=\frac{3a+6b-15-10a+5b+5}{15}$

$=\frac{-7a+11b-10}{15}$

(5) $\frac{2(x+2y+1)}{3}-\frac{4(x-y+1)}{9}$ **$\frac{2x+16y+2}{9}$**

$=\frac{6(x+2y+1)-4(x-y+1)}{9}$

$=\frac{6x+12y+6-4x+4y-4}{9}$

$=\frac{2x+16y+2}{9}$

괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈

① 괄호를 풀 때, 괄호 앞에 $-$가 있으면 **부호**를 바꾸어 더한다.

② 괄호를 풀 때는 **소**괄호, 중괄호, **대**괄호 순서로 푼다.

07 다음 식을 계산하시오.

(1) $-2a-3\{4a-(a+b)\}$ **$-11a+3b$**

$=-2a-3(4a-a-b)=-2a-3(3a-b)$

$=-2a-9a+3b=-11a+3b$

(2) $2x-3y-\{y-(2x-3y)\}$ **$4x-7y$**

$=2x-3y-(y-2x+3y)=2x-3y-(-2x+4y)$

$=2x-3y+2x-4y=4x-7y$

(3) $-4x+2y-\{-x+(3x-2y)\}$ **$-6x+4y$**

$=-4x+2y-(-x+3x-2y)=-4x+2y-(2x-2y)$

$=-4x+2y-2x+2y=-6x+4y$

(4) $x-[2x-3y+\{-4x-2y-(x+4y)\}]$ **$4x+9y$**

$=x-\{2x-3y+(-4x-2y-x-4y)\}$

$=x-\{2x-3y+(-5x-6y)\}$

$=x-(2x-3y-5x-6y)$

$=x-(-3x-9y)=x+3x+9y=4x+9y$

(5) $-3a-[2b-\{-5a-(-3a+4b)-b\}]$ **$-5a-7b$**

$=-3a-\{2b-(-5a+3a-4b-b)\}$

$=-3a-\{2b-(-2a-5b)\}$

$=-3a-(2b+2a+5b)=-3a-(2a+7b)$

$=-3a-2a-7b=-5a-7b$

다항식의 덧셈과 뺄셈의 응용

다음과 같은 등식에서 다항식 A를 구할 때는 좌변에 다항식 A만 남기고 모두 우변으로 이항한다.

① $A+B=C$ ➡ $A=$ **$C-B$**

② $A-B=C$ ➡ $A=$ **$C+B$**

③ $B-A=C$ ➡ $A=$ **$B-C$**

08 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.

(1) $(\square)+(3a+5b)=2a+b$ **$-a-4b$**

$\square=(2a+b)-(3a+5b)=2a+b-3a-5b=-a-4b$

(2) $(5x+3y)-(\square)=-x+4y$ **$6x-y$**

$\square=(5x+3y)-(-x+4y)=5x+3y+x-4y=6x-y$

(3) $(\square)+\left(3x-\frac{1}{2}y\right)=\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}y$ **$-\frac{7}{3}x+\frac{1}{4}y$**

$\square=\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}y\right)-\left(3x-\frac{1}{2}y\right)$

$=\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}y-3x+\frac{1}{2}y$

$=-\frac{7}{3}x+\frac{1}{4}y$

(4) $\frac{x-5y}{6}-(\square)=\frac{2x-y}{9}$ **$\frac{-x-13y}{18}$**

$\square=\frac{x-5y}{6}-\frac{2x-y}{9}=\frac{3(x-5y)-2(2x-y)}{18}$

$=\frac{3x-15y-4x+2y}{18}=\frac{-x-13y}{18}$

개념 07

이차식의 덧셈과 뺄셈

(1) 이차식: 다항식의 각 항의 차수 중에서 가장 큰 차수가 2인 다항식

예 $3x^2+5x-6$: 차수가 가장 높은 항인 $3x^2$의 차수가 2이므로 이차식이다.

(2) 이차식의 덧셈과 뺄셈

① 먼저 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

예 $(2x^2-3x+4)+(4x^2+x-7)=2x^2-3x+4+4x^2+x-7$
$=2x^2+4x^2-3x+x+4-7$
$=6x^2-2x-3$

② 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예 $(3x^2-2x+5)-(2x^2-3x-8)=3x^2-2x+5-2x^2+3x+8$
$=3x^2-2x^2-2x+3x+5+8$
$=x^2+x+13$

이차식

항 중에서 차수가 가장 큰 항의 차수가 2인 다항식을 **이차식**이라 한다.

01 다음 식이 이차식이면 ○표, 이차식이 아니면 ×표를 하시오.

(1) $2x^2-x+3$ (○)

(2) $-3x^2+6$ (○)

(3) $4x+y-1$ (×)

(4) x^3-3x^2-x+1 (×)

(5) $x^4+6x^2-x^4+2$ (○)

이차식의 덧셈과 뺄셈

① 먼저 괄호를 풀고 **동류항**끼리 모아서 계산한다.

② 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 **부호**를 바꾸어 더한다.

02 다음 식을 계산하시오.

(1) $(2x^2+5)+(3x^2-6)$ $5x^2-1$

(2) $(4x^2-5x-4)+(-x^2+4x-2)$ $3x^2-x-6$

(3) $(2x^2-5x+7)+(x^2+3x+1)$ $3x^2-2x+8$

(4) $(x^2-3x+4)+2(2x^2-x-1)$ $5x^2-5x+2$
$=x^2-3x+4+4x^2-2x-2=5x^2-5x+2$

(5) $\left(\frac{5}{2}a^2-\frac{1}{3}a-1\right)+\left(\frac{1}{3}a^2+a-2\right)$

$\frac{17}{6}a^2+\frac{2}{3}a-3$

(6) $\frac{x^2+3x+2}{3}+\frac{3x^2+2x-1}{2}$ $\frac{11x^2+12x+1}{6}$

$=\frac{2(x^2+3x+2)+3(3x^2+2x-1)}{6}=\frac{2x^2+6x+4+9x^2+6x-3}{6}$

$=\frac{11x^2+12x+1}{6}$

03 다음 식을 계산하시오.

(1) $(x^2+2x+5)-(4x^2-3x-4)$ $-3x^2+5x+9$

(2) $(-a^2+4a)-(-2a^2+3a-1)$ a^2+a+1

(3) $(2x^2+5x-1)-(-4x^2+3x-2)$ $6x^2+2x+1$

(4) $2(3x^2+9x)-3(x^2+4x-1)$ $3x^2+6x+3$

$=6x^2+18x-3x^2-12x+3=3x^2+6x+3$

(5) $\left(5a^2+\frac{1}{2}a-7\right)-\left(-3a^2+\frac{1}{3}a+5\right)$

$8a^2+\frac{1}{6}a-12$

$=5a^2+\frac{1}{2}a-7+3a^2-\frac{1}{3}a-5=8a^2+\frac{1}{6}a-12$

(6) $\frac{x^2+x-1}{2}-\frac{3x^2-2x+4}{5}$ $\frac{-x^2+9x-13}{10}$

$=\frac{5(x^2+x-1)-2(3x^2-2x+4)}{10}=\frac{5x^2+5x-5-6x^2+4x-8}{10}$

$=\frac{-x^2+9x-13}{10}$

04 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.

(1) $(4x^2-5x-3)+(\square)=5x^2+2x+2$

$\square=(5x^2+2x+2)-(4x^2-5x-3)$ x^2+7x+5

$=5x^2+2x+2-4x^2+5x+3$

$=x^2+7x+5$

(2) $(-5x^2+3x-9)-(\square)=-3x^2+2x-6$

$\square=(-5x^2+3x-9)-(-3x^2+2x-6)$ $-2x^2+x-3$

$=-5x^2+3x-9+3x^2-2x+6$

$=-2x^2+x-3$

05 다음 식을 각각 구하시오.

(1) 어떤 식에서 x^2+2x-3을 빼야 할 것을 잘못하여 어떤 식에 x^2+2x-3을 더했더니 $3x^2-x+2$가 되었다.

① 어떤 식을 A로 놓고 식 세우기

➡ $A+(x^2+2x-3)=3x^2-x+2$

② 어떤 식 A 구하기

➡ $A=$ $2x^2-3x+5$

$A=3x^2-x+2-(x^2+2x-3)=2x^2-3x+5$

③ 바르게 계산한 식 구하기

➡ x^2-5x+8

$2x^2-3x+5-(x^2+2x-3)=x^2-5x+8$

(2) 어떤 식에 $2x^2-5x+4$를 더해야 할 것을 잘못하여 어떤 식에서 $2x^2-5x+4$를 뺐더니 $3x^2-x+2$가 되었다.

① 어떤 식을 A로 놓고 식 세우기

➡ $A-(2x^2-5x+4)=3x^2-x+2$

② 어떤 식 A 구하기

➡ $A=$ $5x^2-6x+6$

$A=3x^2-x+2+(2x^2-5x+4)=5x^2-6x+6$

③ 바르게 계산한 식 구하기

➡ $7x^2-11x+10$

$5x^2-6x+6+(2x^2-5x+4)=7x^2-11x+10$

개념 08

다항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 다항식의 곱셈: 분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱한다.

① **전개**: 단항식과 다항식의 곱을 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 나타내는 것

② 전개식: 전개하여 얻은 다항식

예 $3x(5x+2y)=3x\times5x+3x\times2y=15x^2+6xy$
(단항식 $3x$, 다항식 $5x+2y$, 전개식 $15x^2+6xy$)

(2) 다항식의 나눗셈

방법 1 분수 꼴로 고치기

$$(A+B)\div C=\frac{A+B}{C}=\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

방법 2 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸기

$$(A+B)\div C=(A+B)\times\frac{1}{C}=A\times\frac{1}{C}+B\times\frac{1}{C}$$

예 방법 1 $(12x^2y-9y)\div3y=\frac{12x^2y-9y}{3y}=\frac{12x^2y}{3y}+\frac{-9y}{3y}=4x^2-3$

방법 2 $(4a^2-6ab)\div2a=(4a^2-6ab)\times\frac{1}{2a}=4a^2\times\frac{1}{2a}-6ab\times\frac{1}{2a}=2a-3b$

단항식과 다항식의 곱셈

① $A(B+C)=AB+\boxed{AC}$

② $(A+B)C=\boxed{AC}+BC$

01 다음 식을 계산하시오.

(1) $2x(3x-1)$ $6x^2-2x$

(2) $3b(2a+b)$ $6ab+3b^2$

(3) $2a(3a-2b)$ $6a^2-4ab$

(4) $-3a(a-3b)$ $-3a^2+9ab$

(5) $-4x(3x-2y)$ $-12x^2+8xy$

(6) $2x(x-y+3)$ $2x^2-2xy+6x$

(7) $-3x(x-y+1)$ $-3x^2+3xy-3x$

(8) $3x(2x-5y+1)$ $6x^2-15xy+3x$

(9) $(2x-3y-1)\times(-2y)$ $-4xy+6y^2+2y$

(10) $(3b-2a-1)\times(-3a)$ $-9ab+6a^2+3a$

(11) $(-6x+9y+3)\times\frac{1}{3}y$ $-2xy+3y^2+y$

다항식과 단항식의 나눗셈

방법 1 $(A+B)\div C \xrightarrow{\text{분수 꼴}} \frac{A+B}{C}=\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$

방법 2 $(A+B)\div C \xrightarrow{\text{역수의 곱}} (A+B)\times\frac{1}{C}$

$=A\times\frac{1}{C}+B\times\frac{1}{C}$

02 다음 식을 계산하시오.

(1) $\frac{8a-4a^2}{2a}$ **$4-2a$**

(2) $\frac{5x^2y+20x^3}{5x^2}$ **$y+4x$**

(3) $(12xy+6x)\div 2x$ **$6y+3$**

(4) $(-9x^2-3xy)\div 3x$ **$-3x-y$**

(5) $(12x^2y-24x)\div 4x$ **$3xy-6$**

(6) $(12x^3-6x^2)\div(-2x^2)$ **$-6x+3$**

$=\frac{12x^3-6x^2}{-2x^2}=\frac{12x^3}{-2x^2}-\frac{6x^2}{-2x^2}=-6x+3$

(7) $(14a^2b^6-28b^3)\div(-7b^2)$ **$-2a^2b^4+4b$**

$=\frac{14a^2b^6-28b^3}{-7b^2}=\frac{14a^2b^6}{-7b^2}-\frac{28b^3}{-7b^2}=-2a^2b^4+4b$

03 다음 식을 계산하시오.

(1) $(4x-2x^2)\div\frac{x}{2}$ **$8-4x$**

$=(4x-2x^2)\times\frac{2}{x}=4x\times\frac{2}{x}-2x^2\times\frac{2}{x}=8-4x$

(2) $(a^5-4a^3)\div\frac{a}{2}$ **$2a^4-8a^2$**

$=(a^5-4a^3)\times\frac{2}{a}=a^5\times\frac{2}{a}-4a^3\times\frac{2}{a}=2a^4-8a^2$

(3) $(4x^2-6x)\div\frac{2x}{3}$ **$6x-9$**

$=(4x^2-6x)\times\frac{3}{2x}=4x^2\times\frac{3}{2x}-6x\times\frac{3}{2x}=6x-9$

(4) $(6x^2y^2+4x)\div\frac{x}{2}$ **$12xy^2+8$**

$=(6x^2y^2+4x)\times\frac{2}{x}=6x^2y^2\times\frac{2}{x}+4x\times\frac{2}{x}=12xy^2+8$

(5) $(a^5b-4a^3)\div\frac{a^2}{2}$ **$2a^3b-8a$**

$=(a^5b-4a^3)\times\frac{2}{a^2}=a^5b\times\frac{2}{a^2}-4a^3\times\frac{2}{a^2}=2a^3b-8a$

(6) $(15a^2b+6ab^2)\div\frac{3}{2}ab$ **$10a+4b$**

$=(15a^2b+6ab^2)\times\frac{2}{3ab}=15a^2b\times\frac{2}{3ab}+6ab^2\times\frac{2}{3ab}=10a+4b$

(7) $(2a^2b^2-3ab^5)\div\left(-\frac{1}{2}ab^2\right)$ **$-4a+6b^3$**

$=(2a^2b^2-3ab^5)\times\left(-\frac{2}{ab^2}\right)=2a^2b^2\times\left(-\frac{2}{ab^2}\right)-3ab^5\times\left(-\frac{2}{ab^2}\right)$

$=-4a+6b^3$

(8) $(-6x^3y-4x^2y)\div\left(-\frac{1}{2}xy\right)$ **$12x^2+8x$**

$=(-6x^3y-4x^2y)\times\left(-\frac{2}{xy}\right)=-6x^3y\times\left(-\frac{2}{xy}\right)-4x^2y\times\left(-\frac{2}{xy}\right)$

$=12x^2+8x$

다항식의 혼합 계산

① 거듭제곱이 있는 경우에는 지수법칙을 이용하여 정리한다.
② 괄호가 있는 경우에는 소괄호, 중괄호, 대괄호 순서로 괄호를 푼다.
③ **곱셈**과 나눗셈을 덧셈과 **뺄셈**보다 먼저 계산한다.
④ **동류항**끼리 덧셈과 뺄셈을 하여 식을 간단히 한다.

04 다음 식을 계산하시오.

(1) $4x(-x+3)+5x(x-2)$ x^2+2x
$=-4x^2+12x+5x^2-10x=x^2+2x$

(2) $xy(4x+y)-(2xy-y^2)\times x$ $2x^2y+2xy^2$
$=4x^2y+xy^2-2x^2y+xy^2=2x^2y+2xy^2$

(3) $\dfrac{8x-4x^2}{2x}+\dfrac{18x^2-9x}{3x}$ $4x+1$
$=4-2x+6x-3=4x+1$

(4) $(6x^2+15x)\div 3x+(6x^3-4x^2)\div 2x^2$ $5x+3$
$=\dfrac{6x^2+15x}{3x}+\dfrac{6x^3-4x^2}{2x^2}$
$=2x+5+3x-2=5x+3$

(5) $(8a^2b^3+4ab)\div 4ab-(6a^3+4a)\div(-2a)$ $3a^2+2ab^2+3$
$=\dfrac{8a^2b^3+4ab}{4ab}-\dfrac{6a^3+4a}{-2a}$
$=2ab^2+1+3a^2+2=3a^2+2ab^2+3$

(6) $(x^2y-3xy^2)\div(-xy)-(7xy^2-3y^3)\div 3y^2$ $-\dfrac{10}{3}x+4y$
$=\dfrac{x^2y-3xy^2}{-xy}-\dfrac{7xy^2-3y^3}{3y^2}$
$=-x+3y-\dfrac{7}{3}x+y$
$=-\dfrac{10}{3}x+4y$

05 다음 식을 계산하시오.

(1) $15x\left(\dfrac{2}{3}x+y\right)-\{x(x^2+5xy)-2x^3\}\div x$ $11x^2+10xy$
$=10x^2+15xy-(x^3+5x^2y-2x^3)\div x$
$=10x^2+15xy-\dfrac{5x^2y-x^3}{x}$
$=10x^2+15xy-5xy+x^2=11x^2+10xy$

(2) $(12x^2y^2-8xy^2)\div(-2y)^2$
$-[2x^2-\{6x^2-3x(x+4)+7x\}]$ $4x^2-7x$
$=\dfrac{12x^2y^2-8xy^2}{4y^2}-\{2x^2-(6x^2-3x^2-12x+7x)\}$
$=3x^2-2x-\{2x^2-(3x^2-5x)\}=3x^2-2x-(2x^2-3x^2+5x)$
$=3x^2-2x+x^2-5x=4x^2-7x$

단항식과 다항식의 곱셈, 나눗셈의 응용

① $A\times B=C$ ➡ $A=$ **$C\div B$**
② $A\div B=C$ ➡ $A=$ **$C\times B$**
③ $B\div A=C$ ➡ $A=$ **$B\div C$**

06 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.

(1) $\square\times 5x=10xy-15x^2$ $2y-3x$
$\square=(10xy-15x^2)\div 5x=\dfrac{10xy-15x^2}{5x}=2y-3x$

(2) $\square\div\dfrac{3xy^2}{4}=12x^2y-8y$ $9x^3y^3-6xy^3$
$\square=(12x^2y-8y)\times\dfrac{3xy^2}{4}=12x^2y\times\dfrac{3xy^2}{4}-8y\times\dfrac{3xy^2}{4}$
$=9x^3y^3-6xy^3$

(3) $(4x^2y+2xy-6xy^2)\div\square=2xy$ $2x-3y+1$
$\square=(4x^2y+2xy-6xy^2)\div 2xy$
$=\dfrac{4x^2y+2xy-6xy^2}{2xy}=2x+1-3y=2x-3y+1$

특정 계수 구하기

① $x(3x+2)-3x(7-x)$ ➡ x^2의 계수: 6

② $(4a^2-ab)\div a+(b^2-3ab)\div b$ ➡ a의 계수: 1

07 다음 식을 전개하여 [ ] 안의 항의 계수를 구하시오.

(1) $x(2-3x)-2x(3x-1)$ [x^2] **−9**

$x\times(-3x)+(-2x)\times 3x=-3x^2-6x^2=-9x^2$

(2) $3x(x+1)-5(x-1)$ [상수항] **5**

(3) $-4a(a+6)-3a(2a-7)$ [a] **−3**

$(-4a)\times 6+(-3a)\times(-7)=-24a+21a=-3a$

(4) $a(-a+2b)-a(a-3b)$ [ab] **5**

$a\times 2b+(-a)\times(-3b)=2ab+3ab=5ab$

(5) $x(2x-3)+(2x-4)\times(-3x)$ [x^2] **−4**

$x\times 2x+2x\times(-3x)=2x^2-6x^2=-4x^2$

(6) $\frac{2}{3}x\left(x+y-\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{2}xy$ [xy] **$-\frac{5}{6}$**

$\frac{2}{3}xy-\frac{3}{2}xy=\frac{4-9}{6}xy=-\frac{5}{6}xy$

(7) $\frac{6x^2+8xy}{2x}-\frac{24xy-15y^2}{3y}$ [y] **9**

$\frac{8xy}{2x}-\frac{-15y^2}{3y}=4y+5y=9y$

(8) $(5x^2-xy)\div(-5x)+(6x^2+3x)\div(-3x)$ [상수항] **−1**

단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈의 활용

다음 공식을 이용하여 식을 세운다.

① (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로 의 길이)

② (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+(\text{아랫변의 길이})\}\times(\text{높이})$

③ (기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

④ (뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

08 다음을 구하시오.

(1) 직사각형의 넓이가 $15a^3b-6ab^3$일 때, 가로의 길이 **$10a^2-4b^2$**

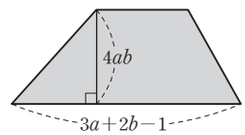


(가로의 길이)$\times\frac{3}{2}ab=15a^3b-6ab^3$

∴ (가로의 길이)$=(15a^3b-6ab^3)\div\frac{3}{2}ab=(15a^3b-6ab^3)\times\frac{2}{3ab}$

$=10a^2-4b^2$

(2) 사다리꼴의 넓이가 $8a^2b+10ab$일 때, 윗변의 길이 **$a-2b+6$**

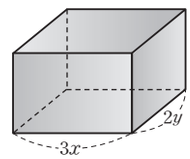


$\frac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+(3a+2b-1)\}\times 4ab=8a^2b+10ab$

(윗변의 길이)$+(3a+2b-1)=(8a^2b+10ab)\div 2ab=4a+5$

∴ (윗변의 길이)$=(4a+5)-(3a+2b-1)=a-2b+6$

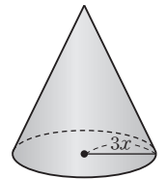
(3) 직육면체의 부피가 $36xy^3-6x^3y$일 때, 높이 **$6y^2-x^2$**



$(3x\times 2y)\times(\text{높이})=36xy^3-6x^3y$

∴ (높이)$=(36xy^3-6x^3y)\div 6xy=6y^2-x^2$

(4) 원뿔의 부피가 $12\pi x^2y^3+3\pi x^3$일 때, 높이 **$4y^3+x$**



$\frac{1}{3}\times\pi\times(3x)^2\times(\text{높이})=12\pi x^2y^3+3\pi x^3$

∴ (높이)$=(12\pi x^2y^3+3\pi x^3)\div 3\pi x^2=4y^3+x$

개념 09

식의 값과 식의 대입

(1) 식의 값: 어떤 식의 문자 대신 수를 대입하여 계산한 값

예 $x=1$, $y=-2$일 때, $2x+y=2\times1+(-2)=0$

(2) 식의 값을 구하는 방법

❶ 괄호를 풀고 동류항끼리 계산하여 주어진 식을 간단히 한다.

❷ 간단히 변형된 식에 문자의 값을 대입한다.

❸ 값을 계산한다.

(3) 식의 대입: 주어진 식의 문자 대신 그 문자를 나타내는 다른 식을 넣는 것

예 $a=2+b$일 때, $2a+3b-5$를 b에 대한 식으로 나타내면

$2a+3b-5=2(2+b)+3b-5$ ← 대입하는 식을 괄호로 묶어서 대입한다.

$=4+2b+3b-5=5b-1$

식의 값 구하기

문자 대신 수를 대입할 때

① 주어진 식을 간단히 한다.

② 생략된 곱셈 기호 '×'를 살린다.

③ 음수를 대입할 때는 괄호를 반드시 쓴다.

01 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $x=2$일 때, $3x-1$의 값 **5**

(2) $a=-4$일 때, $5a-8$의 값 **−28**

(3) $x=1$일 때, $3x^2+2x+1$의 값 **6**

(4) $x=-2$일 때, $-5x^2-7x+10$의 값 **4**

(5) $x=-3$일 때, $\frac{1}{2}(x^2-1)+(2x+3)$의 값 **1**

02 $x=-2$, $y=3$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $2x-3y-5$ **−18**

(2) $3x(y-2)$ **−6**

(3) $2x^2y-3xy^2$ **78**

(4) $-2x^2+xy+y^2$ **−5**

(5) $(2x+5y)-2(3x+y)$ **17**

$=2x+5y-6x-2y=-4x+3y$

$=-4\times(-2)+3\times3=17$

(6) $2x(x-y)-3x(x-2y)$ **−28**

$=2x^2-2xy-3x^2+6xy=-x^2+4xy$

$=-(-2)^2+4\times(-2)\times3=-4-24=-28$

식의 대입 – 문자 1개

$x+2y-5 \xrightarrow[\text{대입}]{y=3x+1을} x+2(\boxed{3x+1})-5$
$=\boxed{7x-3}$

03 $y=3x+1$일 때, 다음 식을 x에 대한 식으로 나타내시오.

(1) $2x-y$ **$-x-1$**
$=2x-(3x+1)=2x-3x-1=-x-1$

(2) $2x-3y$ **$-7x-3$**
$=2x-3(3x+1)=2x-9x-3=-7x-3$

(3) $2x-4y+5$ **$-10x+1$**
$=2x-4(3x+1)+5=2x-12x-4+5$
$=-10x+1$

(4) $-3x-2y+1$ **$-9x-1$**
$=-3x-2(3x+1)+1=-3x-6x-2+1$
$=-9x-1$

(5) $3x(y-3)$ **$9x^2-6x$**
$=3xy-9x=3x(3x+1)-9x=9x^2-6x$

(6) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-1$ **$\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}$**
$=\frac{x}{2}+\frac{1}{3}(3x+1)-1=\frac{x}{2}+x+\frac{1}{3}-1=\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}$

04 $x-y=2x+3y-1$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $4x-8y$를 x에 대한 식으로 나타내시오. **$6x-2$**
$-4y=x-1$에서 $y=-\frac{x-1}{4}$
$\therefore 4x-8y=4x-8\left(-\frac{x-1}{4}\right)=4x+2(x-1)$
$=4x+2x-2=6x-2$

(2) $-2x+5y+3$을 y에 대한 식으로 나타내시오. **$13y+1$**
$-x=4y-1$에서 $x=-4y+1$
$\therefore -2x+5y+3=-2(-4y+1)+5y+3$
$=8y-2+5y+3=13y+1$

식의 대입 – 문자 2개

$A-2B \xrightarrow[B=2x-y를\ 대입]{A=x+2y} (\boxed{x+2y})-2(\boxed{2x-y})$
$=\boxed{-3x+4y}$

05 다음 식을 x, y에 대한 식으로 나타내시오.

(1) $A=x+y$, $B=2x-y$일 때, $-A+2B$ **$3x-3y$**
$-(x+y)+2(2x-y)=-x-y+4x-2y=3x-3y$

(2) $A=2x+y$, $B=-x+4y$일 때, $A-4B$ **$6x-15y$**
$2x+y-4(-x+4y)=2x+y+4x-16y$
$=6x-15y$

(3) $A=2x-y$, $B=x+3y$일 때, $2A-3B$ **$x-11y$**
$2(2x-y)-3(x+3y)=4x-2y-3x-9y=x-11y$

(4) $A=2x-5y$, $B=-x-4y$일 때, $2A-(A-3B)$ **$-x-17y$**
$2A-(A-3B)=A+3B$
$=2x-5y+3(-x-4y)$
$=2x-5y-3x-12y=-x-17y$

(5) $A=3x-y$, $B=x+5y$일 때, $A-2B-(2A-B)$ **$-4x-4y$**
$A-2B-(2A-B)=-A-B$
$=-(3x-y)-(x+5y)$
$=-3x+y-x-5y=-4x-4y$

(6) $A=x+2y$, $B=3x-y$일 때, $4B-\{4A-(3A-B)\}$ **$7y$**
$4B-\{4A-(3A-B)\}=4B-(A+B)=3A-B$
$=3(x+2y)-(3x-y)$
$=3x+6y-3x+y=7y$

내신 도전

01 $(6x-3y+2)-2(4x-y-3)$을 간단히 하면?

① $2x-4y-1$ ② $2x+y-8$
③ $-2x-5y-4$ ✓④ $-2x-y+8$
⑤ $-2x-4y-1$

$(6x-3y+2)-2(4x-y-3)=6x-3y+2-8x+2y+6$
$=-2x-y+8$

02 $\frac{x-2y}{2}-\frac{3(2x+y)}{8}=ax+by$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. $\frac{9}{8}$

$\frac{x-2y}{2}-\frac{3(2x+y)}{8}=\frac{4(x-2y)-3(2x+y)}{8}$
$=\frac{4x-8y-6x-3y}{8}=\frac{-2x-11y}{8}$
$=-\frac{1}{4}x-\frac{11}{8}y$

따라서 $a=-\frac{1}{4}$, $b=-\frac{11}{8}$이므로 $a-b=-\frac{1}{4}+\frac{11}{8}=\frac{9}{8}$

03 $2a-1+\{5a-(3a+1)\}$를 계산하면?

✓① $4a-2$ ② $4a$ ③ $5a$
④ -2 ⑤ 2

(주어진 식)$=2a-1+(5a-3a-1)=2a-1+2a-1=4a-2$

04 다음 중 이차식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $3+4a$ ② $5a+3b-1$
✓③ $a^2-a(2-a)$ ④ $6a^2-2(3a^2+1)$
✓⑤ $\frac{1}{2}a^2+a(a-1)$

①, ② 일차식
③ $a^2-2a+a^2=2a^2-2a$ (이차식)
④ $6a^2-6a^2-2=-2$ (상수)
⑤ $\frac{1}{2}a^2+a^2-a=\frac{3}{2}a^2-a$ (이차식)

05 $(4x^2+x-3)-(6x^2-5x+1)$을 계산했을 때, 이차항의 계수와 일차항의 계수의 합은?

① -4 ② -2 ③ 2
✓④ 4 ⑤ 6

(주어진 식)$=4x^2+x-3-6x^2+5x-1=-2x^2+6x-4$
따라서 구하는 계수의 합은 $-2+6=4$

06 어떤 식에 $3x^2+2x+5$를 더해야 할 것을 잘못하여 어떤 식에서 $3x^2+2x+5$를 뺐더니 x^2-x+4가 되었다. 이때 바르게 계산한 식을 구하시오. $\mathbf{7x^2+3x+14}$

어떤 식을 A라 하면 $A-(3x^2+2x+5)=x^2-x+4$
$\therefore A=x^2-x+4+(3x^2+2x+5)=4x^2+x+9$
따라서 바르게 계산한 식은
$4x^2+x+9+(3x^2+2x+5)=7x^2+3x+14$

07 다음 중 바르게 전개한 것은?

① $2x(x-y)=2x-2xy$
② $-3x(x-2y-1)=-3x^2-6xy-3x$
✓③ $-2x(-x+y)=2x^2-2xy$
④ $(3x-y-z)\times(-x^2)=3x^3-x^2y-x^2z$
⑤ $(a-2b+1)\times(-2a)^2=2a^3-4a^2b-2a^2$

① $2x^2-2xy$ ② $-3x^2+6xy+3x$
④ $-3x^3+x^2y+x^2z$ ⑤ $4a^3-8a^2b+4a^2$

08 $(4x^2+6x)\div\frac{1}{2}x-(6xy+18y)\div(-3y)$를 계산했을 때, 상수항은?

✓① 18 ② 16 ③ 14
④ 12 ⑤ 10

(주어진 식)$=(4x^2+6x)\times\frac{2}{x}-(6xy+18y)\times\left(-\frac{1}{3y}\right)$
$=8x+12+2x+6=10x+18$
따라서 상수항은 18이다.

09 다음 □ 안에 알맞은 식은?

$(\square)\div(-2xy)\times\frac{6}{5}x=12x^2-18xy$

① $-20x^2y-30xy^2$ ② $-30x^2y-20xy^2$
✓③ $-20x^2y+30xy^2$ ④ $20x^2y-30xy^2$
⑤ $20x^2y+30xy^2$

$\square=(12x^2-18xy)\div\frac{6}{5}x\times(-2xy)$
$=(12x^2-18xy)\times\frac{5}{6x}\times(-2xy)$
$=(10x-15y)\times(-2xy)$
$=-20x^2y+30xy^2$

10 $x=3$, $y=-2$일 때, $3x(x+y)-2y(2x-y)$의 값을 구하시오. **41**

$3x(x+y)-2y(2x-y)=3x^2+3xy-4xy+2y^2$
$=3x^2-xy+2y^2$
$=3\times3^2-3\times(-2)+2\times(-2)^2$
$=27+6+8=41$

11 $A=2x-y$, $B=-x+2y$일 때, $A-3B+4A$를 x, y에 대한 식으로 나타내면?

① $13x$ ② $13x+11y$ ③ $13x-y$
④ $-11y$ ✓⑤ $13x-11y$

$A-3B+4A=5A-3B$
$=5(2x-y)-3(-x+2y)$
$=10x-5y+3x-6y$
$=13x-11y$

12 $2x-y+4=5x+2y$일 때, $x+6y$를 x에 대한 식으로 나타내시오. **$-5x+8$**

$-3y=3x-4$에서 $y=-x+\frac{4}{3}$
$\therefore x+6y=x+6\left(-x+\frac{4}{3}\right)=x-6x+8=-5x+8$

대단원 평가

01 다음 중 옳은 것은?

① $x^4 \times x^2 = x^8$ ② $(a^3)^3 = x^6$
③ $x^{10} \div x^5 = x^2$ ✓④ $\left(\frac{a^3}{b}\right)^2 = \frac{a^6}{b^2}$
⑤ $3^3 \times 3^3 \times 3 = 3^9$

① x^6 ② a^9 ③ x^5 ⑤ 3^7

02 $\left(\frac{Ax^2}{y^3z}\right)^B = \frac{-8x^6}{y^9z^C}$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A+B+C$의 값은?

✓① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

$2 \times B = 6$에서 $B = 3$
$A^B = A^3 = -8$에서 $A = -2$
$z^B = z^3 = z^C$에서 $C = 3$
$\therefore A+B+C = -2+3+3 = 4$

03 $a = 3^{x-1}$일 때, 27^x을 a를 사용하여 나타내면?

① $3a^2$ ② $3a^3$ ③ $9a^2$
④ $9a^3$ ✓⑤ $27a^3$

$a = 3^{x-1} = 3^x \div 3 = \frac{3^x}{3}$이므로 $3^x = 3a$
$\therefore 27^x = (3^3)^x = 3^{3x} = (3^x)^3 = (3a)^3 = 27a^3$

04 $16ab^3 \div \left(-\frac{ab}{2}\right)^2 \times (-a)^2$을 계산하면?

① $32a^2b$ ✓② $64ab$ ③ $64ab^2$
④ $32ab$ ⑤ $64a^2b^2$

(주어진 식) $= 16ab^3 \div \frac{a^2b^2}{4} \times a^2 = 16ab^3 \times \frac{4}{a^2b^2} \times a^2$
$= 64ab$

05 $(x^3)^{\square} \times y^2 \times x^5 \times (y^{\square})^7 = x^{17}y^{16}$일 때, □ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하면?

① 5, 3 ② 6, 4 ✓③ 4, 2
④ 4, 6 ⑤ 3, 5

$3 \times \square + 5 = 17$ $\therefore \square = 4$
$2 + \square \times 7 = 16$ $\therefore \square = 2$

06 $\square \div (-12x^2y^3) = 3xy^2$일 때, □ 안에 알맞은 식은?

① $-36x^3y^2$ ✓② $-36x^3y^5$ ③ $-4x^3y^5$
④ $-4xy$ ⑤ $-4x^2y^2$

$\square = 3xy^2 \times (-12x^2y^3) = -36x^3y^5$

07 밑면의 가로의 길이가 $3xy^2$이고, 세로의 길이가 $\frac{4}{3}x^6y^3$인 직육면체의 부피가 $48x^8y^6$일 때, 이 직육면체의 높이를 구하시오. **$12xy$**

$\left(3xy^2\times\frac{4}{3}x^6y^3\right)\times(\text{높이})=48x^8y^6$

$\therefore (\text{높이})=48x^8y^6\div\left(3xy^2\times\frac{4}{3}x^6y^3\right)$

$=48x^8y^6\div 4x^7y^5$

$=12xy$

08 다음 두 식 A, B에 대하여 $A+B$, $A-B$를 차례대로 구하면?

$A=2x-3y+7,\ B=-3x-5y+1$

① $-x-7y+6,\ 3x+y+8$

② $-x-8y+6,\ 5x+2y+8$

✓③ $-x-8y+8,\ 5x+2y+6$

④ $-5x-8y+8,\ x+2y+6$

⑤ $-4x-y+7,\ 3x+2y+3$

$A+B=(2x-3y+7)+(-3x-5y+1)=-x-8y+8$

$A-B=(2x-3y+7)-(-3x-5y+1)$

$=2x-3y+7+3x+5y-1$

$=5x+2y+6$

09 $2a-[7a-4b-\{(3b-2a)+4a\}]$를 계산하시오. **$-3a+7b$**

(주어진 식)$=2a-\{7a-4b-(3b-2a+4a)\}$

$=2a-\{7a-4b-(2a+3b)\}$

$=2a-(7a-4b-2a-3b)$

$=2a-(5a-7b)$

$=2a-5a+7b$

$=-3a+7b$

10 다음 중 x에 대한 이차식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $y=x+4$

② $2x^2-2(x^2+x+1)$

✓③ $5-x^2$

④ x^3+2x+1

✓⑤ $x^3-x^2+2x-x^3$

① 일차식

② $-2x-2$: x에 대한 일차식

④ x에 대한 3차식

⑤ $-x^2+2x$

11 $-3(2x^2+x-5)+2(4x^2-x-7)$을 계산하면?

① $2x^2-5x-1$

② $2x^2+5x-1$

✓③ $2x^2-5x+1$

④ $3x^2-5x-1$

⑤ $3x^2+5x+1$

(주어진 식)$=-6x^2-3x+15+8x^2-2x-14$

$=2x^2-5x+1$

12 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오. **$-6x^2+x+8$**

$(3x^2-6x+11)-(\square)=9x^2-7x+3$

$\square=(3x^2-6x+11)-(9x^2-7x+3)$

$=3x^2-6x+11-9x^2+7x-3$

$=-6x^2+x+8$

13 어떤 식에서 $-x^2-4x+3$을 빼야 할 것을 잘못하여 어떤 식에 $-x^2-4x+3$을 더했더니 $4x^2+x-3$이 되었다. 이때 바르게 계산한 식은?

① $2x^2+6x+5$ ② $2x^2+7x-6$
✓③ $6x^2+9x-9$ ④ $4x^2+9x-4$
⑤ $6x^2+8x-4$

어떤 식을 A라 하면 $A+(-x^2-4x+3)=4x^2+x-3$
$\therefore A=4x^2+x-3-(-x^2-4x+3)$
$=4x^2+x-3+x^2+4x-3=5x^2+5x-6$
따라서 바르게 계산한 식은
$5x^2+5x-6-(-x^2-4x+3)=5x^2+5x-6+x^2+4x-3$
$=6x^2+9x-9$

14 다음 식을 계산했을 때, x의 계수는?

$$(3x^2-9xy)\div 3x+(4xy-2y^2)\div(-y)$$

✓① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

(주어진 식)$=\frac{3x^2-9xy}{3x}+\frac{4xy-2y^2}{-y}$
$=x-3y-4x+2y$
$=-3x-y$
따라서 x의 계수는 -3이다.

15 다음 중 식을 계산했을 때, x의 계수가 가장 작은 것은?

① $(4x^2y-8xy)\div 2xy$
② $(x^2-3x+4)\times(-2x)$
③ $(x^2+x+2)-(3x^2-x+1)$
✓④ $2x(x-2)+3(x^2-2x+4)$
⑤ $-x(3x-y+5)+(x^2+4x)$

① $2x-4$ ➡ x의 계수: 2
② $-2x^3+6x^2-8x$ ➡ x의 계수: -8
③ $-2x^2+2x+1$ ➡ x의 계수: 2
④ $5x^2-10x+12$ ➡ x의 계수: -10
⑤ $-2x^2+xy-x$ ➡ x의 계수: -1

16 $x=-3$, $y=2$일 때, $\frac{1}{3}(9x^2-6xy)-x(4x-7y)$의 값을 구하시오. **$-39$**

(주어진 식)$=3x^2-2xy-4x^2+7xy=-x^2+5xy$
$=-(-3)^2+5\times(-3)\times 2=-9-30=-39$

17 $y=3x-4$일 때, 다음 식을 x에 대한 식으로 나타내시오.

$$2(x+3y)+5x-y-10$$

$22x-30$

(주어진 식)$=2x+6y+5x-y-10=7x+5y-10$
$=7x+5(3x-4)-10=7x+15x-20-10$
$=22x-30$

18 $A=x+3y$, $B=-x+y$일 때, $2(A-B)+3B$를 x, y에 대한 식으로 나타내시오. **$x+7y$**

$2(A-B)+3B=2A-2B+3B=2A+B$
$=2(x+3y)+(-x+y)$
$=2x+6y-x+y$
$=x+7y$

III

일차부등식과 연립일차방정식

이 단원에서 공부해야 할 **필수 개념**

1 일차부등식

개념 01 부등식과 그 해
개념 02 부등식의 성질
개념 03 부등식의 해와 수직선
개념 04 일차부등식과 그 풀이
개념 05 복잡한 일차부등식의 풀이
개념 06 문자를 포함한 일차부등식의 풀이
개념 07 일차부등식의 활용

내신 도전

2 연립일차방정식

개념 08 미지수가 2개인 일차방정식
개념 09 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해
개념 10 대입법을 이용한 연립방정식의 풀이
개념 11 가감법을 이용한 연립방정식의 풀이
개념 12 복잡한 연립방정식의 풀이
개념 13 $A=B=C$ 꼴의 방정식 / 해가 특수한 연립방정식
개념 14 연립방정식의 활용 (1)
개념 15 연립방정식의 활용 (2)
개념 16 연립방정식의 활용 (3)

내신 도전

대단원 평가

개념 01

부등식과 그 해

(1) **부등식**: 부등호 $>$, $<$, $\geq$, $\leq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식

① 좌변: 부등호의 왼쪽 부분

② 우변: 부등호의 오른쪽 부분

③ 양변: 좌변과 우변

$3x+1<2x+5$ (좌변: $3x+1$, 우변: $2x+5$, 양변: 좌변과 우변)

예 $2>5$, $x<1$, $a+3\geq 4$, $2x+3\leq x-1$은 모두 부등식이다.

(2) 부등식의 표현

$x<a$	$x\leq a$	$x\geq a$	$x>a$
• x는 a보다 작다. • x는 a 미만이다.	• x는 a보다 작거나 같다. • x는 a 이하이다. • x는 a보다 크지 않다.	• x는 a보다 크거나 같다. • x는 a 이상이다. • x는 a보다 작지 않다.	• x는 a보다 크다. • x는 a 초과이다.

(3) 부등식의 해: 부등식을 참이 되게 하는 미지수의 값

(4) 부등식을 푼다: 부등식의 해를 모두 구하는 것

예 x의 값이 1, 2, 3, 4일 때, 부등식 $3x-2<5$를 풀면 참이 되게 하는 x의 값이 1, 2이므로 구하는 해는 1, 2이다.

부등식의 뜻

부등호 $>$, $<$, $\geq$, $\leq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 **부등식**이라 한다.

01 다음 중 부등식인 것은 ○표, 부등식이 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $a+5$ (×)

(2) $2x=6$ (×)

(3) $x-3<1$ (○)

(4) $6\times 9<60$ (○)

(5) $2x-3\geq x-1$ (○)

(6) $3x+5=x-1$ (×)

02 다음 문장을 부등식으로 나타내시오.

(1) 어떤 수 x의 2배에서 3을 빼면 5보다 작다. $2x-3<5$

(2) x에서 5를 빼면 10 미만이다. $x-5<10$

(3) x의 4배는 35 보다 작지 않다. $4x\geq 35$

(4) 길이가 x m인 끈에서 3 m를 잘라 내고 남은 길이는 5 m보다 짧다. $x-3<5$

(5) 700원짜리 사탕 1개와 500원짜리 사탕 x개의 가격이 2000원 이하이다. $700+500x\leq 2000$

(6) 시속 10 km로 x시간 동안 이동한 거리는 25 km를 넘는다. $10x>25$

부등식의 해

부등식의 해: 미지수가 x인 부등식을 참 이 되게 하는 x의 값

03 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 부등식의 해이면 ○표, 해가 아니면 ×표를 하시오.

(1) $4-x\geq 1$ [2] (○)

(2) $2x-3<1$ [2] (×)

(3) $2x-1\geq 3$ [1] (×)

(4) $3x-1>5$ [3] (○)

(5) $-2x+1\leq -1$ [3] (○)

(6) $-3x+4\leq -2$ [-1] (×)

(7) $2(x+1)<3$ [1] (×)

(8) $2(x-1)>5$ [4] (○)

(9) $3(4-3x)\geq 20$ [-1] (○)

04 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 다음 부등식의 해를 구하는 과정을 완성하시오.

(1) $x+6<5$

x	좌변	부등호	우변	참, 거짓
-2	$-2+6=4$	$<$	5	참
-1	$-1+6=5$	$=$	5	거짓
0	$0+6=6$	$>$	5	거짓
1	$1+6=7$	$>$	5	거짓
2	$2+6=8$	$>$	5	거짓

➡ 부등식을 참이 되게 하는 x의 값: -2

➡ 부등식의 해: -2

(2) $3x-2\geq -1$

x	좌변	부등호	우변	참, 거짓
-2	$-6-2=-8$	$<$	-1	거짓
-1	$-3-2=-5$	$<$	-1	거짓
0	$0-2=-2$	$<$	-1	거짓
1	$3-2=1$	$>$	-1	참
2	$6-2=4$	$>$	-1	참

➡ 부등식을 참이 되게 하는 x의 값: 1, 2

➡ 부등식의 해: 1, 2

05 x의 값이 [ ] 안의 수와 같을 때, 다음 부등식의 해를 구하시오.

(1) $7-x\leq 2$ [2, 3, 4, 5] 5

(2) $4x-4>1$ [0, 1, 2, 3] 2, 3

(3) $5-4x<4$ [-2, -1, 0, 1] 1

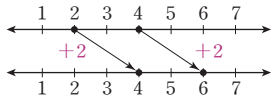
(4) $2(x+1)\leq 3$ [-2, -1, 0, 1] -2, -1, 0

개념 02

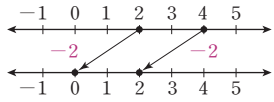
부등식의 성질

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

예 부등식 $2<4$에서



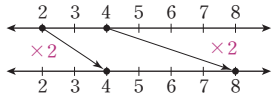
$2+2<4+2$



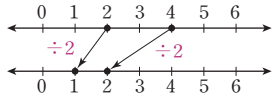
$2-2<4-2$

(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

예 부등식 $2<4$에서



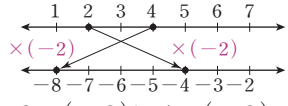
$2\times2<4\times2$



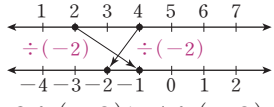
$2\div2<4\div2$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

예 부등식 $2<4$에서



$2\times(-2)>4\times(-2)$



$2\div(-2)>4\div(-2)$

부등식의 성질

① $a>b$이면 $a+c$ > $b+c$, $a-c$ > $b-c$

② $a>b$, $c>0$이면 ac > bc, $\frac{a}{c}$ > $\frac{b}{c}$

③ $a>b$, $c<0$이면 ac < bc, $\frac{a}{c}$ < $\frac{b}{c}$

01 $a<b$일 때, 다음 ◯ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(1) $a+4$ (<) $b+4$

(2) $a-\frac{1}{2}$ (<) $b-\frac{1}{2}$

(3) $a\times\frac{1}{3}$ (<) $b\times\frac{1}{3}$

(4) $a\div7$ (<) $b\div7$

(5) $a\times(-4)$ (>) $b\times(-4)$

(6) $a\div(-3)$ (>) $b\div(-3)$

(7) $\frac{a}{2}-3$ (<) $\frac{b}{2}-3$

(8) $5a+4$ (<) $5b+4$

(9) $-3a-2$ (>) $-3b-2$

(10) $1-\frac{a}{5}$ (>) $1-\frac{b}{5}$

02 $a \geq b$일 때, 다음 ◯ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(1) $2a-1$ ≥ $2b-1$

(2) $\frac{a}{3}-\frac{1}{2}$ ≥ $\frac{b}{3}-\frac{1}{2}$

(3) $-\frac{a}{4}+5$ ≤ $-\frac{b}{4}+5$

(4) $-3-a$ ≤ $-3-b$

03 다음 ◯ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(1) $a-(-2) > b-(-2)$ ➡ a > b

(2) $7a \leq 7b$ ➡ a ≤ b

(3) $3a-\frac{1}{2} > 3b-\frac{1}{2}$ ➡ a > b

(4) $-2x-1 < -2y-1$ ➡ x > y

(5) $4+\frac{x}{2} \leq 4+\frac{y}{2}$ ➡ x ≤ y

(6) $2-5x \geq 2-5y$ ➡ x ≤ y

04 $x \geq 1$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하시오.

(1) $3x+1$ $3x+1 \geq 4$

(2) $2x-1$ $2x-1 \geq 1$

(3) $-2x+3$ $-2x+3 \leq 1$

(4) $5-4x$ $5-4x \leq 1$

(5) $-3x-7$ $-3x-7 \leq -10$

05 $-1 < x \leq 2$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x+3$ $2 < x+3 \leq 5$

(2) $5x$ $-5 < 5x \leq 10$

(3) $4x-1$ $-5 < 4x-1 \leq 7$

$-4 < 4x \leq 8$이므로 $-5 < 4x-1 \leq 7$

(4) $-3x+1$ $-5 \leq -3x+1 < 4$

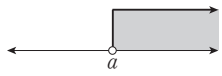
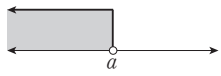
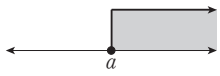
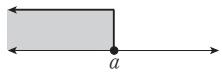
$-6 \leq -3x < 3$이므로 $-5 \leq -3x+1 < 4$

개념 03

부등식의 해와 수직선

(1) 부등식의 해 구하기: 부등식의 성질을 이용하여 주어진 부등식을 $x>$(수), $x<$(수), $x\geq$(수), $x\leq$(수) 중 어느 하나의 꼴로 나타낸다.

(2) 부등식의 해와 수직선

$x>a$	$x<a$	$x\geq a$	$x\leq a$
			

이때 ○는 부등식의 해에 a를 포함하지 않는다는 뜻이고, ●는 a를 포함한다는 뜻이다.

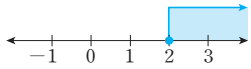
부등식의 해를 수직선 위에 나타내기

① 크면(크거나 같으면) 그 수의 [오른] 쪽 방향으로 화살표

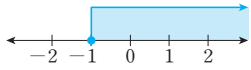
② 작으면(작거나 같으면) 그 수의 [왼] 쪽 방향으로 화살표

01 다음 부등식의 해를 수직선 위에 나타내시오.

(1) $x\geq 2$



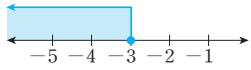
(2) $x\geq -1$



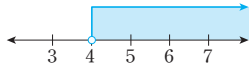
(3) $x\leq 5$



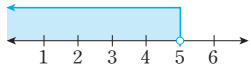
(4) $x\leq -3$



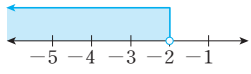
(5) $x>4$



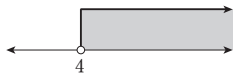
(6) $x<5$



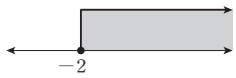
(7) $x<-2$



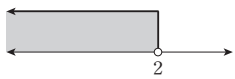
02 다음 수직선 위에 나타낸 x의 값의 범위를 부등식으로 나타내시오.

(1) 

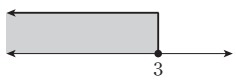
$x>4$

(2) 

$x\geq -2$

(3) 

$x<2$

(4) 

$x\leq 3$

03 부등식의 성질을 이용하여 다음 부등식의 해를 구하고, 그 해를 수직선 위에 나타내시오.

(1) $x-3>2$

➡ 양변에 3 을 더하면 $x-3+$ 3 $>2+$ 3

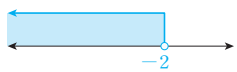
따라서 구하는 부등식의 해는 $x>$ 5

➡ 

(2) $x+5<3$

➡ 양변에서 5 를 빼면 $x+5-$ 5 $<3-$ 5

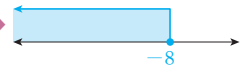
따라서 구하는 부등식의 해는 $x<$ −2

➡ 

(3) $\frac{1}{2}x\leq -4$

➡ 양변에 2 를 곱하면 $\frac{1}{2}x\times$ 2 $\leq -4\times$ 2

따라서 구하는 부등식의 해는 $x\leq$ −8

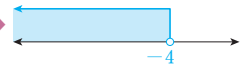
➡ 

(4) $-2x>8$

➡ 양변을 −2 로 나누면

$-2x\div$ −2 $<8\div$ −2

따라서 구하는 부등식의 해는 $x<$ −4

➡ 

(5) $2x-1\geq 3$

➡ 양변에 1 을 더하면 $2x\geq$ 4

따라서 양변을 2 로 나누면 구하는 부등식의 해는 $x\geq$ 2

➡ 

(6) $-x+1<4$

➡ 양변에서 1 을 빼면 $-x<$ 3

따라서 양변에 −1 을 곱하면 구하는 부등식의 해는 $x>$ −3

➡ 

개념 04

일차부등식과 그 풀이

1 일차부등식

(1) **일차부등식**: 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0
중 어느 하나의 꼴로 나타나는 부등식

예 $2x-3<1+x \xrightarrow[\text{이항}]{1,\ x} x-4<0$: 일차부등식

(2) 일차부등식의 풀이
일차부등식은 다음과 같은 순서로 푼다.
❶ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❷ 양변을 정리하여 $ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b$($a\neq 0$) 중 어느 하나의 꼴로 나타낸다.
❸ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수($a<0$)이면 부등호의 방향이 바뀐다.

예 $3x+4>5x$
❶ $3x-5x>-3$
❷ $-2x>-4$
❸ $\therefore x<2$

일차부등식

부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0
중 어느 하나의 꼴로 나타나는 부등식을 **일차부등식**이라 한다.

01 다음 □ 안에 알맞은 수 또는 식을 써넣고, ( ) 안의 알맞은 말에 ○표 하시오.

(1) $2x+8>-1$
➡ 부등식의 우변에 있는 -1을 좌변으로 이항하여 정리하면 $2x+$ 9 >0
➡ 일차부등식(이다, 이 아니다).

(2) $x(x-2)\leq x-1$
➡ 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 x^2-3x+1 ≤ 0
➡ 일차부등식(이다, 이 아니다).

(3) $x^2-3x>x^2+5$
➡ 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $-3x-5$ >0
➡ 일차부등식(이다, 이 아니다).

02 다음 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하고, 일차부등식인 것은 ○표, 일차부등식이 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $3x+4>2x+4$ $x>0$ (○)

(2) $x-1\geq x+3$ $-4\geq 0$ (×)

(3) $-x+4\leq -5$ $-x+9\leq 0$ (○)

(4) $2x^2-x<2x+1$ $2x^2-3x-1<0$ (×)

(5) $7+3x>5x+4$ $-2x+3>0$ (○)

일차부등식의 풀이

❶ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❷ 양변을 정리하여 $ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b(a\neq 0)$ 중 어느 하나의 꼴로 나타낸다.
❸ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 $a<0$이면 부등호의 방향이 바뀐다.

03 다음 일차부등식을 푸시오.

(1) $4x\leq 28$ $x\leq 7$

(2) $3x>18$ $x>6$

(3) $5x\leq 20$ $x\leq 4$

(4) $-3x\geq -3$ $x\leq 1$

(5) $-2x\leq 6$ $x\geq -3$

(6) $2x+3\leq -1$ $x\leq -2$

(7) $4x-5\geq 7$ $x\geq 3$

(8) $5x+9<x-3$ $x<-3$
$4x<-12$ $\therefore x<-3$

(9) $4x-15>8x+1$ $x<-4$
$-4x>16$ $\therefore x<-4$

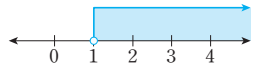
(10) $3-4x\leq 3x+17$ $x\geq -2$
$-7x\leq 14$ $\therefore x\geq -2$

(11) $16-5x>4-3x$ $x<6$
$-2x>-12$ $\therefore x<6$

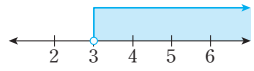
(12) $17-2x\leq 3+5x$ $x\geq 2$
$-7x\leq -14$ $\therefore x\geq 2$

04 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내시오.

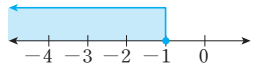
(1) $1-3x>5-7x$ $x>1$
$-3x+7x>5-1$
$4x>4$ $\therefore x>1$



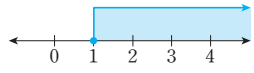
(2) $-2x+4<-x+1$ $x>3$
$-2x+x<1-4$
$-x<-3$ $\therefore x>3$



(3) $x-2\geq 2x-1$ $x\leq -1$
$x-2x\geq -1+2$
$-x\geq 1$ $\therefore x\leq -1$



(4) $2x-3\leq 5x-6$ $x\geq 1$
$2x-5x\leq -6+3$
$-3x\leq -3$ $\therefore x\geq 1$



개념 05

복잡한 일차부등식의 풀이

(1) 괄호가 있는 경우: 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 풀고 식을 간단히 정리한 후 부등식을 푼다.

예 $4(x+1)-3<5 \xrightarrow{\text{괄호를 푼다}} 4x+4-3<5,\ 4x<4 \quad \therefore x<1$

(2) 계수가 소수인 경우: 양변에 10, 100, 1000, ... 중 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼 후 부등식을 푼다.

예 $0.2x-0.5\le 0.3x \xrightarrow{\text{양변에 10을 곱한다}} 2x-5\le 3x,\ -x\le 5 \quad \therefore x\ge -5$

(3) 계수가 분수인 경우: 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼 후 부등식을 푼다.

예 $\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\ge 1 \xrightarrow{\text{분모의 최소공배수인 6을 곱한다}} 3x+2\ge 6,\ 3x\ge 4 \quad \therefore x\ge \frac{4}{3}$

괄호가 있는 일차부등식의 풀이

분배법칙 을 이용하여 괄호를 풀고 식을 간단히 정리한다.

$3(x-4)>-x \rightarrow \boxed{3x-12}>-x \rightarrow \boxed{4x}>12$

01 다음 일차부등식을 푸시오.

(1) $4(x-1)-2x>-6$ $x>-1$

$4x-4-2x>-6,\ 2x>-2 \quad \therefore x>-1$

(2) $3(x-2)\le 2(x+8)$ $x\le 22$

$3x-6\le 2x+16 \quad \therefore x\le 22$

(3) $4(2x-1)-3(2+x)>6x$ $x<-10$

$8x-4-6-3x>6x,\ -x>10 \quad \therefore x<-10$

(4) $2(1+x)\ge 11-3(x-2)$ $x\ge 3$

$2+2x\ge 11-3x+6,\ 5x\ge 15 \quad \therefore x\ge 3$

(5) $5-(x+3)>2(3x-1)$ $x<\frac{4}{7}$

$5-x-3>6x-2,\ -7x>-4 \quad \therefore x<\frac{4}{7}$

계수가 소수인 일차부등식의 풀이

양변에 10, 100, 1000, ... 중 적당한 수를 곱하여 계수를 정수 로 바꾼다.

$0.3x-0.5\le 0.8x \xrightarrow[\times \boxed{10}]{\text{양변에}} \boxed{3x-5}\le 8x$

02 다음 일차부등식을 푸시오.

(1) $0.5x-0.8<0.3x$ $x<4$

양변에 10을 곱하면 $5x-8<3x$

$2x<8 \quad \therefore x<4$

(2) $0.6x-1>0.3x+0.5$ $x>5$

양변에 10을 곱하면 $6x-10>3x+5$

$3x>15 \quad \therefore x>5$

(3) $0.09x-0.03\le 0.02x-0.1$ $x\le -1$

양변에 100을 곱하면 $9x-3\le 2x-10$

$7x\le -7 \quad \therefore x\le -1$

(4) $0.4x-0.9\ge 0.5x+2.1$ $x\le -30$

양변에 10을 곱하면 $4x-9\ge 5x+21$

$-x\ge 30 \quad \therefore x\le -30$

(5) $0.14(x+2)<0.24x-0.12$ $x>4$

양변에 100을 곱하면 $14(x+2)<24x-12$

$14x+28<24x-12,\ -10x<-40 \quad \therefore x>4$

계수가 분수인 일차부등식의 풀이

양변에 분모의 **최소공배수**를 곱하여 계수를 정수로 바꾼다.

$\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}>\frac{1}{12}$ $\xrightarrow[\times\boxed{12}]{\text{양변에}}$ $\boxed{8x+9}>1$

03 다음 일차부등식을 푸시오.

(1) $\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}\geq\frac{1}{2}x$ $x\geq-2$

양변에 6을 곱하면 $5x+4\geq3x$

$2x\geq-4$ $\therefore x\geq-2$

(2) $\frac{x}{2}-\frac{1}{5}>\frac{x}{5}-\frac{1}{2}$ $x>-1$

양변에 10을 곱하면 $5x-2>2x-5$

$3x>-3$ $\therefore x>-1$

(3) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}>\frac{3}{4}x$ $x<-6$

양변에 12를 곱하면 $8x-6>9x$

$-x>6$ $\therefore x<-6$

(4) $\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}\leq\frac{1}{4}x-\frac{3}{5}$ $x\geq2$

양변에 20을 곱하면 $4x-10\leq5x-12$

$-x\leq-2$ $\therefore x\geq2$

(5) $\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}<\frac{3}{4}x+\frac{2}{3}$ $x>-2$

양변에 12를 곱하면 $4x-2<9x+8$

$-5x<10$ $\therefore x>-2$

(6) $\frac{x-2}{3}<1+\frac{5x-3}{4}$ $x>-1$

양변에 12를 곱하면 $4(x-2)<12+3(5x-3)$

$4x-8<15x+3,\ -11x<11$ $\therefore x>-1$

04 다음 일차부등식을 푸시오.

(1) $\frac{2}{5}x-0.6\leq0.8x+\frac{3}{5}$ $x\geq-3$

양변에 10을 곱하면 $4x-6\leq8x+6$

$-4x\leq12$ $\therefore x\geq-3$

(2) $\frac{1}{5}(x-2)<0.3x-1.5$ $x>11$

양변에 10을 곱하면 $2(x-2)<3x-15$

$2x-4<3x-15,\ -x<-11$ $\therefore x>11$

(3) $0.7x+0.5(11-x)\leq\frac{7}{10}$ $x\leq-24$

양변에 10을 곱하면 $7x+5(11-x)\leq7$

$7x+55-5x\leq7,\ 2x\leq-48$ $\therefore x\leq-24$

(4) $0.3(x-5)>\frac{x-3}{2}+1$ $x<-5$

양변에 10을 곱하면 $3(x-5)>5(x-3)+10$

$3x-15>5x-15+10,\ -2x>10$ $\therefore x<-5$

(5) $0.13x-0.3<\frac{1}{50}(x-4)$ $x<2$

양변에 100을 곱하면 $13x-30<2(x-4)$

$13x-30<2x-8,\ 11x<22$ $\therefore x<2$

(6) $1.5\left(x+\frac{4}{5}\right)\geq0.5\left(x+\frac{2}{5}\right)$ $x\geq-1$

양변에 10을 곱하면 $15\left(x+\frac{4}{5}\right)\geq5\left(x+\frac{2}{5}\right)$

$15x+12\geq5x+2,\ 10x\geq-10$ $\therefore x\geq-1$

개념 06

문자를 포함한 일차부등식의 풀이

(1) x의 계수가 문자인 경우

❶ 좌변에는 x항, 우변에는 상수항을 놓는다.

❷ 양변을 x의 계수로 나눈다.

❸ x의 계수의 부호를 확인한 후, 부등호의 방향을 결정한다.

참고 $ax>b\,(a\neq 0)$에서 ① $a>0$이면 $x>\frac{b}{a}$ ② $a<0$이면 $x<\frac{b}{a}$

(2) 일차부등식의 해가 주어진 경우

일차부등식 $ax>b$의 해가

① $x>k$이면 $a>0$이고, $x>\frac{b}{a}$이므로 $\frac{b}{a}=k$ ② $x<k$이면 $a<0$이고, $x<\frac{b}{a}$이므로 $\frac{b}{a}=k$

참고 문제에서 주어진 일차부등식의 부등호 방향과 그 해의 부등호 방향이 같으면 x의 계수는 양수, 다르면 음수이다.

x의 계수가 문자인 경우 (1)

x의 계수 a가 $a>0$일 때, 양변을 a로 나누면 부등호의 방향이 **바뀌지 않는다**.

$ax+1<0 \Rightarrow ax<-1 \Rightarrow x\boxed{<}-\frac{1}{a}$

01 $a>0$일 때, 다음 부등식의 해를 구하시오.

(1) $ax<2$ $x<\frac{2}{a}$

(2) $ax\geq 4a$ $x\geq 4$

(3) $ax>-a$ $x>-1$

(4) $ax+3a\leq a$ $x\leq -2$

$ax\leq -2a$

이때 $a>0$이므로 $x\leq -2$

x의 계수가 문자인 경우 (2)

x의 계수 a가 $a<0$일 때, 양변을 a로 나누면 부등호의 방향이 **바뀐다**.

$ax+1<0 \Rightarrow ax<-1 \Rightarrow x\boxed{>}-\frac{1}{a}$

02 $a<0$일 때, 다음 부등식의 해를 구하시오.

(1) $ax<2$ $x>\frac{2}{a}$

(2) $ax\geq 3a$ $x\leq 3$

(3) $ax-a<0$ $x>1$

(4) $-ax\leq 4a$ $x\leq -4$

$ax\geq -4a$

이때 $a<0$이므로 $x\leq -4$

일차부등식의 해가 주어진 경우

$ax-3<1$의 해가 $x>-2$일 때,

❶ 주어진 해와 부등호의 방향을 같게 정리한다.

$$ax-3<1 \longrightarrow ax<\boxed{4} \longrightarrow x\boxed{>}\frac{4}{a}$$

❷ 상수 a의 값을 구한다.

$$\frac{4}{a}=\boxed{-2} \longrightarrow a=\boxed{-2}$$

03 다음 일차부등식에서 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $ax+8>0$의 해가 $x<2$일 때 **−4**

$ax>-8$에서 $x<-\frac{8}{a}$

$-\frac{8}{a}=2$ ∴ $a=-4$

(2) $ax-5<9$의 해가 $x<1$일 때 **14**

$ax<14$에서 $x<\frac{14}{a}$

$\frac{14}{a}=1$ ∴ $a=14$

(3) $2x+3\le a$의 해가 $x\le 2$일 때 **7**

$2x\le a-3$에서 $x\le\frac{a-3}{2}$

$\frac{a-3}{2}=2$ ∴ $a=7$

(4) $-5x+a>0$의 해가 $x<-1$일 때 **−5**

$-5x>-a$에서 $x<\frac{a}{5}$

$\frac{a}{5}=-1$ ∴ $a=-5$

(5) $3-5x\le 2(3+a)$의 해가 $x\ge 3$일 때 **−9**

$-5x\le 2a+3$에서 $x\ge-\frac{2a+3}{5}$

$-\frac{2a+3}{5}=3$, $2a+3=-15$ ∴ $a=-9$

(6) $\frac{ax+2}{5}\le 4$의 해가 $x\ge -3$일 때 **−6**

$ax\le 18$에서 $x\ge\frac{18}{a}$

$\frac{18}{a}=-3$ ∴ $a=-6$

04 다음 두 일차부등식의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $3x-2\ge 1$, $2x+a\ge 4$ **2**

$3x-2\ge 1$에서 $3x\ge 3$, $x\ge 1$

$2x+a\ge 4$에서 $x\ge\frac{4-a}{2}$

$\frac{4-a}{2}=1$ ∴ $a=2$

(2) $2x+5<3x+6$, $5x-a>3x-5$ **3**

$2x+5<3x+6$에서 $-x<1$, $x>-1$

$5x-a>3x-5$에서 $2x>a-5$, $x>\frac{a-5}{2}$

$\frac{a-5}{2}=-1$ ∴ $a=3$

(3) $2(x+1)\le 3x-1$, $7x-3\ge 4x+a$ **6**

$2(x+1)\le 3x-1$에서 $2x+2\le 3x-1$, $-x\le -3$, $x\ge 3$

$7x-3\ge 4x+a$에서 $3x\ge a+3$, $x\ge\frac{a+3}{3}$

$\frac{a+3}{3}=3$ ∴ $a=6$

(4) $\frac{x+1}{2}\ge 2x+a$, $2x+1\le x-2$ **5**

$\frac{x+1}{2}\ge 2x+a$에서 $x+1\ge 4x+2a$, $x\le-\frac{2a-1}{3}$

$2x+1\le x-2$에서 $x\le -3$

$-\frac{2a-1}{3}=-3$, $2a=10$ ∴ $a=5$

(5) $\frac{x-3}{2}+\frac{x+2}{3}\ge -a+1$, $2x+3\ge 5$ **1**

$\frac{x-3}{2}+\frac{x+2}{3}\ge -a+1$에서 $3(x-3)+2(x+2)\ge 6(-a+1)$

$3x-9+2x+4\ge -6a+6$, $5x\ge -6a+11$, $x\ge\frac{-6a+11}{5}$

$2x+3\ge 5$에서 $2x\ge 2$, $x\ge 1$

$\frac{-6a+11}{5}=1$, $-6a=-6$ ∴ $a=1$

개념 07

일차부등식의 활용

일차부등식의 활용 문제는 다음 순서로 푼다.

❶ 미지수 x 정하기: 문제의 뜻을 파악하고, 구하려는 것을 x로 놓는다.

❷ 일차부등식 세우기: 문제에서 주어진 수량 사이의 대소 관계를 부등식으로 나타낸다.

❸ 일차부등식 풀기: 부등식을 풀어 해를 구한다.

❹ 확인하기: 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하여 답을 구한다.

연속하는 수에 대한 문제

① 연속하는 두 짝수 (또는 홀수): x, $\boxed{x+2}$

② 연속하는 세 자연수: $\boxed{x-1}$, x, $\boxed{x+1}$

01 연속하는 두 짝수가 있다. 작은 수의 3배에서 4를 뺀 수는 큰 수의 2배 이상일 때, 이들 두 짝수의 합 중 가장 작은 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 미지수를 정하시오.

➡ 연속하는 두 짝수 — 작은 수: x, 큰 수: $\boxed{x+2}$

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

작은 수의 3배에서 4를 뺀 수는 큰 수의 2배 이상이다.

예 $3x-4 \geq 2(x+2)$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x \geq 8$

$3x-4 \geq 2x+4$ $\therefore x \geq 8$

(4) 합이 가장 작은 두 짝수를 구하시오. 8, 10

(5) 두 짝수의 합 중 가장 작은 값을 구하시오. 18

02 연속하는 세 자연수의 합이 36보다 작을 때, 합이 가장 큰 세 자연수 중 가장 작은 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 미지수를 정하시오.

➡ 연속하는 세 자연수 — 가장 작은 수: $\boxed{x-1}$, 중간 수: x, 가장 큰 수: $\boxed{x+1}$

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

연속하는 세 자연수의 합이 36보다 작다.

예 $(x-1)+x+(x+1)<36$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x<12$

$3x<36$ $\therefore x<12$

(4) 합이 가장 큰 세 자연수를 구하시오. 10, 11, 12

(5) 합이 가장 큰 세 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오. 10

도형에 대한 문제

① (삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(**높이**)

② 삼각형의 세 변의 길이 관계

➡ (가장 긴 변의 길이) [<] (나머지 두 변의 길이의 합)

03 밑변의 길이가 6 cm인 삼각형의 넓이가 18 cm^2 이상일 때, 높이의 범위를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 높이를 x cm라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오.

삼각형의 넓이는 18 cm^2 이상이다.

예 $\frac{1}{2}\times 6\times x\geq 18$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\geq 6$

(3) 높이의 범위를 구하시오. **6 cm 이상**

04 삼각형의 세 변의 길이가 각각 x cm, $(x+2)$cm, $(x+6)$cm일 때, x의 값 중 가장 작은 자연수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 삼각형의 세 변의 길이 관계를 이용하여, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $x+6<x+(x+2)$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x>4$

(3) x의 값 중 가장 작은 자연수를 구하시오. **5**

물건의 최대 개수에 대한 문제

500원짜리 과자와 700원짜리 우유를 합하여 10개를 살 때,

① 개수: 과자 x개, 우유 ([$10-x$])개

② 가격: $500x+700($ [$10-x$] $)$(원)

05 한 개에 700원 하는 사과와 한 개에 400원 하는 복숭아를 합하여 20개를 사는데, 전체 금액이 10000원 이하가 되게 하려면 사과를 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) □ 안에 알맞은 식을 써넣으시오.

700원짜리 사과: x개 ➡ 가격: $700x$원

400원짜리 복숭아: $(20-x)$개

➡ 가격: [**$400(20-x)$**] 원

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $700x+400(20-x)\leq 10000$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\leq\frac{20}{3}$

$300x\leq 2000$ $\therefore x\leq\frac{20}{3}$

(4) 사과는 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하시오. **6개**

06 한 송이에 600원 하는 장미와 한 송이에 800원 하는 백합을 섞어서 10송이로 구성된 꽃다발의 금액을 포장비 500원을 포함하여 8000원 이하로 만들려면 백합을 최대 몇 송이까지 넣을 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) □ 안에 알맞은 식을 써넣으시오.

800원짜리 백합: x개 ➡ 가격: [**$800x$**] 원

600원짜리 장미: ([$10-x$])개

➡ 가격: [**$600(10-x)$**] 원

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $600(10-x)+800x+500\leq 8000$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\leq 7.5$

$200x\leq 1500$ $\therefore x\leq 7.5$

(4) 백합은 최대 몇 송이까지 넣을 수 있는지 구하시오. **7송이**

평균에 대한 문제

① 두 수 x, y의 평균: $\frac{x+y}{\boxed{2}}$

② 세 수 x, y, z의 평균: $\frac{x+y+z}{\boxed{3}}$

07 솔별이는 4월, 6월 영어 듣기 평가에서 각각 13개, 20개를 맞혔다. 9월 영어 듣기 평가에서 몇 개 이상을 맞히면 세 번 치른 영어 듣기 평가의 평균이 18개 이상이 되는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 9월 영어 듣기 평가에서 x개를 맞힌다고 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오.

세 번 치른 영어 듣기 평가의 평균이 18개 이상

예 $\frac{13+20+x}{3} \geq 18$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x \geq 21$

$33+x \geq 54$ $\therefore x \geq 21$

(3) 몇 개 이상을 맞히면 되는지 구하시오. 21개

08 나연이는 세 번의 수학 시험에서 91점, 88점, 95점을 받았다. 네 번 치른 수학 시험의 평균이 90점 이상이 되려면 네 번째 수학 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 네 번째 수학 시험에서 x점을 받는다고 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오.

네 번 치른 수학 시험의 평균이 90점 이상

예 $\frac{91+88+95+x}{4} \geq 90$

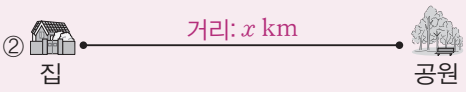
(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x \geq 86$

$274+x \geq 360$ $\therefore x \geq 86$

(3) 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하시오. 86점

거리, 속력, 시간에 대한 문제 (1)

① (속력) $= \frac{\text{(거리)}}{\text{(시간)}}$ ➡ (시간) $= \frac{\text{(거리)}}{(\boxed{\text{속력}})}$

② 

(i) 갈 때 속력: 시속 a km ➡ 걸리는 시간: $\boxed{\frac{x}{a}}$ 시간

(ii) 올 때 속력: 시속 b km ➡ 걸리는 시간: $\boxed{\frac{x}{b}}$ 시간

09 집에서 출발하여 공원을 산책하려고 한다. 갈 때는 시속 3 km로, 올 때는 같은 길을 시속 2 km로 걸어서 3시간 이내에 돌아오려고 할 때, 집에서 최대 몇 km 떨어진 곳까지 갔다 올 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 산책할 수 있는 거리를 x km라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $\frac{x}{3}+\frac{x}{2} \leq 3$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x \leq 3.6$

$5x \leq 18$ $\therefore x \leq 3.6$

(3) 집에서 최대 몇 km 떨어진 곳까지 갔다 올 수 있는지 구하시오. 3.6 km

10 등산을 하는데 올라갈 때에는 시속 2 km로, 내려올 때에는 같은 길을 시속 3 km로 걸어서 등산을 마치는 데 5시간 이하가 걸리도록 할 때, 몇 km까지 올라갔다 내려올 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) x km까지 올라갔다 내려온다고 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $\frac{x}{2}+\frac{x}{3} \leq 5$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x \leq 6$

$5x \leq 30$ $\therefore x \leq 6$

(3) 몇 km까지 올라갔다 내려올 수 있는지 구하시오. 6 km

11 상호가 집에서 16 km 떨어진 도서관을 가는데 처음에는 자전거를 타고 시속 9 km로 가다가 도중에 자전거가 고장이 나서 시속 3 km로 걸어갔더니 4시간 이내에 도착하였다고 할 때, 자전거가 고장난 지점은 집에서 최소 몇 km 떨어진 곳인지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 자전거를 타고 간 거리를 x km라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $\frac{x}{9}+\frac{16-x}{3}\le 4$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\ge 6$

$x+3(16-x)\le 36$, $-2x\le -12$ $\therefore x\ge 6$

(3) 자전거가 고장난 지점은 집에서 최소 몇 km 떨어진 곳인지 구하시오. **6 km**

12 기차가 출발하기 전까지 40분의 여유가 있어서 그 시간 동안 상점에서 물건을 사오려고 한다. 물건을 사는 데 10분이 걸리고 시속 2 km로 걸어서 왕복한다고 할 때, 역에서 몇 km 이내의 상점을 이용해야 하는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 역에서 상점까지의 거리를 x km라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $\frac{x}{2}+\frac{1}{6}+\frac{x}{2}\le\frac{2}{3}$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\le 0.5$

$3x+1+3x\le 4$, $6x\le 3$ $\therefore x\le 0.5$

(3) 역에서 몇 km 이내에 있는 상점을 이용해야 하는지 구하시오. **0.5 km**

거리, 속력, 시간에 대한 문제 (2)

① (거리)=(속력)×(시간)

② 시속 a km인 자동차와 시속 b km인 자동차의 x시간 후의 거리의 차 ➡ $ax-bx$ (단, $a>b$)

13 시속 80 km인 승용차와 시속 50 km인 오토바이가 같은 지점에서 동시에 같은 방향으로 출발하였다고 할 때, 승용차와 오토바이 사이의 거리가 60 km 이상일 때는 출발한 지 몇 시간 후부터인지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 출발한 지 x시간 후에 승용차와 오토바이 사이의 거리가 60 km 이상이라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $80x-50x\ge 60$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\ge 2$

$30x\ge 60$ $\therefore x\ge 2$

(3) 출발한 지 몇 시간 후인지 구하시오. **2시간**

14 시속 100 km인 승용차와 시속 60 km인 버스가 같은 지점에서 동시에 같은 방향으로 출발하였다고 할 때, 승용차와 버스 사이의 거리가 100 km 이상일 때는 출발한 지 몇 시간 후부터인지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 출발한 지 x시간 후에 승용차와 버스 사이의 거리가 100 km 이상이라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오. 예 $100x-60x\ge 100$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\ge 2.5$

$40x\ge 100$ $\therefore x\ge 2.5$

(3) 출발한 지 몇 시간 후인지 구하시오. **2시간 30분(또는 2.5시간)**

유리한 방법에 대한 문제

공책 x권을 살 때, 문구점보다 할인점에서 사는 것이 더 유리한 경우

➡ (문구점 1권의 가격)$\times$ x $>$ (할인점 1권의 가격)$\times x+$(왕복 교통비)

15 볼펜 한 자루의 가격이 문구점에서는 500원이고, 할인점에서는 350원이라 한다. 할인점까지 다녀오는 왕복 교통비가 1500원일 때, 볼펜을 몇 자루 이상 사는 경우에 할인점에서 사는 것이 유리한지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 볼펜을 x자루 산다고 할 때, 문구점에서 산 가격과 할인점에서 산 가격을 각각 구하시오.

문구점: $500x$원, 할인점: $350x$원

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $500x>350x+1500$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x>10$

$150x>1500$ $\therefore x>10$

(4) 볼펜을 몇 자루 이상 살 경우 할인점에서 사는 것이 유리한지 구하시오. 11자루

16 포스트잇 한 개의 가격이 문구점에서는 1400원이고, 할인점에서는 1200원이라 한다. 할인점까지 다녀오는 왕복 교통비가 1500원일 때, 포스트잇을 몇 개 이상 사는 경우에 할인점에서 사는 것이 유리한지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 포스트잇을 x개 산다고 할 때, 문구점에서 산 가격과 할인점에서 산 가격을 각각 구하시오.

문구점: $1400x$원, 할인점: $1200x$원

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $1400x>1200x+1500$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x>7.5$

$200x>1500$ $\therefore x>7.5$

(4) 포스트잇을 몇 개 이상을 살 경우 할인점에서 사는 것이 유리한지 구하시오. 8개

17 집 앞 꽃집에서 한 송이에 1100원인 장미가 도매시장에서는 한 송이에 900원이라 한다. 도매시장을 다녀오는 데 왕복 교통비가 3000원이 든다고 할 때, 장미를 몇 송이 이상 사는 경우에 도매시장에서 사는 것이 더 유리한지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 장미를 x송이 산다고 할 때, 집 앞 꽃집에서 산 가격과 도매시장에서 산 가격을 각각 구하시오.

집 앞 꽃집: $1100x$원, 도매시장: $900x$원

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $1100x>900x+3000$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x>15$

$200x>3000$ $\therefore x>15$

(4) 장미를 몇 송이 이상 살 경우 도매시장에서 사는 것이 유리한지 구하시오. 16송이

농도에 대한 문제

① (소금물의 농도) $=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100(\%)$

② (소금의 양) $=\frac{(\text{소금물의 농도})}{(\boxed{100})}\times(\text{소금물의 양})$

③ 소금물에 물을 더 넣거나 증발시켜도 [소금]의 양은 변하지 않고 소금물의 양만 증가 또는 감소한다.

18 16 %의 소금물 500 g에 소금을 더 넣어 20 % 이상의 소금물을 만들려고 할 때, 소금을 최소 몇 g 더 넣어야 하는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 소금의 양은 변하는가?

(예, 아니오)

(2) 더 넣을 소금의 양을 x g이라 할 때, 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣으시오.

	처음 소금물	나중 소금물
농도(%)	16	20
소금물의 양(g)	500	$500+x$
소금의 양(g)	$\frac{16}{100}\times 500$	$\frac{20}{100}\times(500+x)$

(3) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $\frac{16}{100}\times 500+x\geq\frac{20}{100}\times(500+x)$

(4) (3)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\geq 25$

$8000+100x\geq 10000+20x$

$80x\geq 2000$ $\therefore x\geq 25$

(5) 소금을 최소 몇 g 더 넣어야 하는지 구하시오. 25 g

19 5 %의 소금물 200 g에 물을 더 넣어 농도가 4 % 이하의 소금물을 만들려고 할 때, 물을 최소 몇 g 더 넣어야 하는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 더 넣을 물의 양을 x g이라 할 때, 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣으시오.

	처음 소금물	나중 소금물
농도(%)	5	4
소금물의 양(g)	200	$200+x$
소금의 양(g)	$\frac{5}{100}\times 200$	$\frac{4}{100}\times(200+x)$

(2) x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $\frac{5}{100}\times 200\leq\frac{4}{100}\times(200+x)$

(3) (2)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\geq 50$

$1000\leq 800+4x$

$-4x\leq -200$ $\therefore x\geq 50$

(4) 물을 최소 몇 g 더 넣어야 하는지 구하시오. 50 g

20 10 %의 소금물 800 g이 있다. 이 소금물에서 물을 증발시켜 농도가 16 % 이상이 되게 하려고 할 때, 물을 최소 몇 g 증발시켜야 하는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 증발시켜야 할 물의 양을 x g이라 할 때, x에 대한 부등식을 세우시오.

예 $\frac{10}{100}\times 800\geq\frac{16}{100}\times(800-x)$

(2) (1)에서 세운 부등식을 푸시오. $x\geq 300$

$8000\geq 12800-16x$

$16x\geq 4800$ $\therefore x\geq 300$

(3) 물을 최소 몇 g 증발시켜야 하는지 구하시오. 300 g

내신 도전

01 다음 보기 중 문장을 부등식으로 바르게 나타낸 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. x의 6배에 2를 더한 값은 x의 4배에서 8을 뺀 값보다 크거나 같다. ➡ $6x+2 \geq 4x-8$

ㄴ. 500원짜리 연필 5자루와 800원짜리 공책 x권의 가격은 4000원 이상이다. ➡ $2500+800x > 4000$

ㄷ. 형의 나이 x살에 동생의 나이 7살을 더하면 25살보다 많다. ➡ $x+7>25$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ✓③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $2500+800x \geq 4000$

02 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 부등식 $3x+1 \geq -2$의 해가 아닌 것은?

✓① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

$x=-2, -1, 0, 1, 2$를 부등식에 각각 대입한다.
① $3\times(-2)+1=-5 \geq -2$(거짓)

03 $a<b$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $-3a>-3b$ ✓② $1-a<1-b$
③ $2a-7<2b-7$ ④ $\frac{a}{5}<\frac{b}{5}$
⑤ $-\frac{a}{4}+3>-\frac{b}{4}+3$

② $-a>-b$이므로 $1-a>1-b$

04 다음 중 일차부등식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x+3<x+6$ ✓② $2x+3>-2x-5$
③ $-3(1-x) \leq 3x+2$ ④ $2x^2-3>0$
✓⑤ $x^2-2(x-1) \geq x^2-3x$

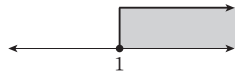
① $-3<0$ ② $4x+8>0$ ③ $-5 \leq 0$ ⑤ $x+2 \geq 0$
따라서 일차부등식인 것은 ②, ⑤이다.

05 다음 부등식의 해가 나머지와 다른 하나는?

① $2x<4$ ② $x-2x>-2$
③ $-4x>2x-12$ ✓④ $-x+2>-3x+8$
⑤ $4x-1<1+3x$

①, ②, ③, ⑤ $x<2$ ④ $x>3$

06 다음 일차부등식 중 그 해를 수직선 위에 나타내었을 때, 오른쪽 그림과 같은 것은?



① $x+4>3$ ② $3x-2<5x$
③ $-\frac{1}{3}x \leq 1$ ④ $3x-5 \leq 4(x-1)$
✓⑤ $5x+3 \geq 3x+5$

수직선 위에 나타내어진 x의 값의 범위는 $x \geq 1$
①, ② $x>-1$ ③ $x \geq -3$ ④ $x \geq -1$ ⑤ $x \geq 1$

07 일차부등식 $\frac{3x-1}{4}<\frac{x}{6}$를 풀면?

① $x>\frac{3}{7}$ ② $x<2$ ③ $x>2$

④ $x<\frac{1}{9}$ ✓⑤ $x<\frac{3}{7}$

주어진 부등식의 양변에 12를 곱하면 $3(3x-1)<2x$

$9x-3<2x,\ 7x<3$ $\therefore x<\frac{3}{7}$

08 일차부등식 $\frac{1}{2}x+0.9>0.8x+\frac{1}{5}$을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. **2**

주어진 부등식의 양변에 10을 곱하면

$5x+9>8x+2,\ -3x>-7,\ x<\frac{7}{3}$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2의 2개이다.

09 $a<1$일 때, 부등식 $ax+2<2a+x$를 풀면?

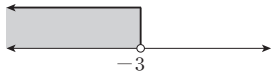
① $x>-2$ ② $x<-2$ ✓③ $x>2$

④ $x<2$ ⑤ 해가 없다.

$ax-x<2a-2$에서 $(a-1)x<2(a-1)$

$a-1<0$이므로 $x>2$

10 일차부등식 $2(x-1)<x+a$의 해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하시오. **−5**



$2x-2<x+a$에서 $x<a+2$

주어진 부등식의 해가 $x<-3$이므로

$a+2=-3$ $\therefore a=-5$

11 윗변의 길이가 6 cm, 높이가 4 cm인 사다리꼴의 넓이가 36 cm^2 이상일 때, 아랫변의 길이의 범위를 구하시오. **12 cm 이상**

사다리꼴의 아랫변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(6+x)\times4\geq36,\ 2x\geq24$ $\therefore x\geq12$

따라서 아랫변의 길이는 12 cm 이상이다.

12 5 %의 소금물 100 g에 8 %의 소금물을 섞어서 6 % 이상의 소금물을 만들려고 할 때, 섞어야 할 8 %의 소금물의 양은 최소 몇 g인가?

① 25 g ✓② 50 g ③ 100 g

④ 150 g ⑤ 200 g

8 %의 소금물의 양을 x g이라 하면

$\frac{5}{100}\times100+\frac{8}{100}\times x\geq\frac{6}{100}\times(100+x)$

$500+8x\geq600+6x,\ 2x\geq100$ $\therefore x\geq50$

따라서 8 %의 소금물을 50 g 이상 섞어야 한다.

개념 08

미지수가 2개인 일차방정식

(1) 미지수가 2개인 일차방정식: 미지수가 2개이고, 그 차수가 모두 1인 방정식

➡ 두 미지수 x, y에 대한 일차방정식은

$ax+by+c=0$ (단, a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)

꼴로 나타낼 수 있다.

(2) 미지수가 2개인 일차방정식의 해: 두 미지수 x, y에 대한 일차방정식을 만족시키는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)

미지수가 2개인 일차방정식

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, 미지수가 2개이고 그 차수가 1인 방정식, 즉

$ax+by+c=0$ (단, a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)

꼴이 되는 방정식을 미지수가 2개인 **일차방정식**이라 한다.

01 다음 등식 중 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 ○표, 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $x-y=0$ (○)

(2) $x^2-2y+3=0$ (×)

(3) $2y=\frac{3}{2}x-1$ (○)

(4) $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=5$ (○)

(5) $xy+y=2x-4$ (×)

$xy-2x+y+4=0$ ➡ 차수가 2이다.

(6) $xy+1=6$ (×)

$xy-5=0$ ➡ 차수가 2이다.

(7) $x(y-1)=xy+y$ (○)

$xy-x-xy-y=0$, $x+y=0$

02 다음 방정식을 $ax+by+c=0$ 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

(1) $x=-2y+1$ ➡ $ax+by-1=0$ **$a=1, b=2$**

$x+2y-1=0$

(2) $3x=4y-2$ ➡ $ax+by+2=0$ **$a=3, b=-4$**

$3x-4y+2=0$

(3) $3x-2y+4=2x+y$ ➡ $ax+by+4=0$ **$a=1, b=-3$**

$x-3y+4=0$

(4) $2x+y=x+3y-1$ ➡ $ax+by+1=0$ **$a=1, b=-2$**

$x-2y+1=0$

(5) $y=2x+3$ ➡ $ax+by+3=0$ **$a=2, b=-1$**

$2x-y+3=0$

(6) $7x-y=2(x-y)+3$ ➡ $ax+by-3=0$ **$a=5, b=1$**

$5x+y-3=0$

(7) $4(x-y)=3x-2y+6$ ➡ $ax+by-6=0$ **$a=1, b=-2$**

$x-2y-6=0$

미지수가 2개인 일차방정식의 해

일차방정식 $ax+by+c=0$에 $x=p$, $y=q$를 대입했을 때 참이 되면 순서쌍 (p, q)는 일차방정식 $ax+by+c=0$의 **해**이다.

03 다음 순서쌍 중 일차방정식 $3x+y=10$의 해인 것은 ○표, 해가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $(-1, 13)$ (○)
$3\times(-1)+13=10$(참)

(2) $(-2, 7)$ (×)
$3\times(-2)+7=1\neq10$(거짓)

(3) $(2, 4)$ (○)
$3\times2+4=10$(참)

(4) $(-4, -2)$ (×)
$3\times(-4)+(-2)=-14\neq10$(거짓)

04 다음 일차방정식에서 주어진 순서쌍이 그 일차방정식의 해일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $ax-y=6$, $(1, -1)$ **5**
$x=1$, $y=-1$을 대입하면 $a+1=6$ $\therefore a=5$

(2) $5x+ay=-5$, $(1, 5)$ **-2**
$x=1$, $y=5$를 대입하면 $5+5a=-5$
$5a=-10$ $\therefore a=-2$

(3) $3x-ay=9$, $(-2, -3)$ **5**
$x=-2$, $y=-3$을 대입하면
$-6+3a=9$, $3a=15$ $\therefore a=5$

x, y가 자연수일 때, 일차방정식의 해 구하기

$x=1, 2, 3, \ldots$(또는 $y=1, 2, 3, \ldots$)을 차례대로 일차방정식에 대입하여 y의 값(또는 x의 값)을 구한 다음 x, y가 모두 **자연수**인 순서쌍 (x, y)만을 고른다.

05 x, y의 값이 자연수일 때, 다음 일차방정식에 대하여 표를 완성하고, 해를 구하시오.

(1) $y=-x+5$

x	1	2	3	4	5
y	4	**3**	**2**	**1**	**0**

➡ 해: $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$

(2) $y=15-3x$

x	1	2	3	4	5
y	**12**	**9**	**6**	**3**	**0**

➡ 해: $(1, 12)$, $(2, 9)$, $(3, 6)$, $(4, 3)$

(3) $2x+y=12$

x	1	2	3	4	5	6
y	**10**	**8**	**6**	**4**	**2**	**0**

➡ 해: $(1, 10)$, $(2, 8)$, $(3, 6)$, $(4, 4)$, $(5, 2)$

(4) $3x+2y=15$

x	1	2	3	4	5
y	**6**	**$\frac{9}{2}$**	**3**	**$\frac{3}{2}$**	**0**

➡ 해: $(1, 6)$, $(3, 3)$

개념 09

미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해

(1) 미지수가 2개인 연립일차방정식: 미지수가 2개인 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것 예 $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

(2) **연립방정식의 해**: 두 일차방정식을 동시에 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)

예 x, y가 자연수일 때, 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$를 풀어 보자.

㉠ $2x-y=1$

x	1	2	3	4	$\cdots$
y	1	3	5	7	$\cdots$

㉡ $x+y=2$

x	1	2	3	4
y	1	0	-1	-2

따라서 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=1$ 또는 $(1, 1)$

대응표를 이용하여 연립방정식의 해 구하기

x, y가 자연수일 때, $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해

㉠ $x+y=4$

x	1	2	3
y	3	2	1

㉡ $x-y=-2$

x	1	2	3	4	$\cdots$
y	3	4	5	6	$\cdots$

➡ 연립방정식의 해: $x=$ 1 , $y=$ 3

01 x, y가 자연수일 때, 다음 표를 완성하고, 연립방정식의 해를 순서쌍 (x, y)로 나타내시오.

(1) $\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $x+y=5$

x	1	2	3	4	5
y	4	3	2	1	0

㉡ $2x+y=9$

x	1	2	3	4	5
y	7	5	3	1	-1

➡ 연립방정식의 해: $(4, 1)$

(2) $\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $x+y=6$

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

㉡ $x+2y=7$

x	1	2	3	4	5
y	3	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1

➡ 연립방정식의 해: $(5, 1)$

(3) $\begin{cases} x-y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $x-y=-4$

x	1	2	3	4	$\cdots$
y	5	6	7	8	$\cdots$

㉡ $3x+y=8$

x	1	2	3	4	5
y	5	2	-1	-4	-7

➡ 연립방정식의 해: $(1, 5)$

연립차방정식의 해

미지수가 x, y인 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식을 **동시**에 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)이다.

02 다음 순서쌍이 연립방정식의 해인 것은 ○표, 해가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ $(1, 5)$ (○)

$\begin{cases} 1+5=6\text{(참)} \\ 2+5=7\text{(참)} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x+2y=3 \end{cases}$ $\left(4, \frac{1}{2}\right)$ (×)

$\begin{cases} 12-1=11\neq 5\text{(거짓)} \\ 4+1=5\neq 3\text{(거짓)} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 3x-y=9 \end{cases}$ $(3, 0)$ (○)

$\begin{cases} 6+0=6\text{(참)} \\ 9-0=9\text{(참)} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 4x+y=9 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$ $(2, 1)$ (×)

$\begin{cases} 8+1=9\text{(참)} \\ 6-2=4\neq -4\text{(거짓)} \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ y=x+3 \end{cases}$ $(-2, 1)$ (○)

$\begin{cases} -6+2=-4\text{(참)} \\ 1=-2+3\text{(참)} \end{cases}$

03 연립방정식과 그 해가 다음과 같을 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

(1) $\begin{cases} 2x+y=b \\ ax+2y=8 \end{cases}$ 해: $(4, 2)$ **$a=1, b=10$**

$\begin{cases} 8+2=b \\ 4a+4=8 \end{cases}$ $\therefore a=1, b=10$

(2) $\begin{cases} ax+3y=7 \\ 3x+by=13 \end{cases}$ 해: $(5, -1)$ **$a=2, b=2$**

$\begin{cases} 5a-3=7 \\ 15-b=13 \end{cases}$ $\therefore a=2, b=2$

(3) $\begin{cases} 5x+ay=10 \\ bx-2y=36 \end{cases}$ 해: $(4, -2)$ **$a=5, b=8$**

$\begin{cases} 20-2a=10 \\ 4b+4=36 \end{cases}$ $\therefore a=5, b=8$

(4) $\begin{cases} 3x-ay=5 \\ x+by-2=0 \end{cases}$ 해: $(2, 3)$ **$a=\frac{1}{3}, b=0$**

$\begin{cases} 6-3a=5 \\ 2+3b-2=0 \end{cases}$ $\therefore a=\frac{1}{3}, b=0$

(5) $\begin{cases} 3x-4y=-9 \\ 5x+by=-4 \end{cases}$ 해: $(1, a)$ **$a=3, b=-3$**

$\begin{cases} 3-4a=-9 \\ 5+ab=-4 \end{cases}$ $\therefore a=3, b=-3$

(6) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=a \end{cases}$ 해: $(b, 2)$ **$a=-1, b=1$**

$\begin{cases} 2b+2=4 \\ b-2=a \end{cases}$ $\therefore a=-1, b=1$

(7) $\begin{cases} x-2y=b \\ 2x+3y=-1 \end{cases}$ 해: $(a, -1)$ **$a=1, b=3$**

$\begin{cases} a+2=b \\ 2a-3=-1 \end{cases}$ $\therefore a=1, b=3$

개념 10

대입법을 이용한 연립방정식의 풀이

(1) 대입법: 한 방정식을 한 미지수에 대한 식으로 나타낸 다음 다른 방정식에 대입하여 연립방정식을 푸는 방법

(2) 대입법을 이용한 연립방정식의 풀이

❶ 한 일차방정식을 한 미지수에 대한 식으로 나타낸 다음 그것을 다른 방정식에 대입한다.

❷ ❶에서 만들어진 일차방정식의 해를 구한다.

❸ ❷에서 구한 해를 한 미지수에 대하여 나타낸 식에 대입하여 다른 미지수의 값을 구한다.

예 $\begin{cases} 3x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\xrightarrow[\text{나타내기}]{㉠을\ y=(x에\ 대한\ 식)으로}$ $y=-3x+8 \quad \cdots\cdots ㉢$

$\xrightarrow[\text{대입}]{㉢을\ ㉡에}$ $2x+3(-3x+8)=3$ $\quad \therefore x=3$ $\xrightarrow{㉢에\ 대입}$ $y=-3\times 3+8=-1$

식의 대입에 편리한 방정식을 찾아 식 만들기

두 일차방정식 중 하나가

① $y=$(x에 대한 식) 꼴 ➡ 다른 일차방정식의 y 에 대입

② $x=$(y에 대한 식) 꼴 ➡ 다른 일차방정식의 x 에 대입

01 다음 연립방정식에서 식의 대입이 편리한 방정식을 찾아 다른 일차방정식에 대입하시오.

(1) $\begin{cases} y=2x \\ -3x+y=-2 \end{cases}$ $-3x+2x=-2$

(2) $\begin{cases} 2x+y=12 \\ y=x-3 \end{cases}$ $2x+(x-3)=12$

(3) $\begin{cases} x+3y=6 \\ x=4-y \end{cases}$ $(4-y)+3y=6$

(4) $\begin{cases} x=2y+14 \\ 2x-y=13 \end{cases}$ $2(2y+14)-y=13$

대입법을 이용한 연립방정식의 풀이

❶ 한 [미지수]로 나타낸 식을 찾거나 한 일차방정식을 한 [미지수]에 대한 식으로 나타낸다.

❷ ❶의 식을 다른 일차방정식에 대입한다.

❸ ❷에서 구한 [미지수]의 값을 ❶의 식에 대입하여 다른 미지수의 값을 구한다.

02 다음 연립방정식을 대입법을 이용하여 푸는 과정을 완성하시오.

(1) $\begin{cases} y=2x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

❶ 한 미지수로 나타낸 식: ㉠

❷ ㉠을 ㉡에 대입하면

$3x-4([2x+1])=6$ $\quad \therefore x=[-2]$

❸ $x=[-2]$를 ㉠에 대입하면 $y=[-3]$

(2) $\begin{cases} 2x-y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

❶ ㉠에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$y=[2x-8] \quad \cdots\cdots ㉢$

❷ ㉢을 ㉡에 대입하면

$2x-3([2x-8])=12$ $\quad \therefore x=[3]$

❸ $x=[3]$을 ㉢에 대입하면 $y=[-2]$

03 다음 연립방정식을 대입법을 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} x+2y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=2, y=5$**

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+2(x+3)=12$
$3x=6$ $\therefore x=2$
$x=2$를 ㉡에 대입하면 $y=2+3=5$

(2) $\begin{cases} 3x+y=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x+10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=-3, y=4$**

㉡을 ㉠에 대입하면 $3x+(2x+10)=-5$
$5x=-15$ $\therefore x=-3$
$x=-3$을 ㉡에 대입하면 $y=2\times(-3)+10=4$

(3) $\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=2, y=3$**

㉠을 ㉡에 대입하면 $3x+2(2x-1)=12$
$7x=14$ $\therefore x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=2\times2-1=3$

(4) $\begin{cases} x=-3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=-3, y=1$**

㉠을 ㉡에 대입하면 $2(-3y)-y=-7$
$-7y=-7$ $\therefore y=1$
$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x=-3\times1=-3$

(5) $\begin{cases} x=2y+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=-11, y=-6$**

㉠을 ㉡에 대입하면 $2(2y+1)-3y=-4$
$y+2=-4$ $\therefore y=-6$
$y=-6$을 ㉠에 대입하면 $x=2\times(-6)+1=-11$

(6) $\begin{cases} x=y-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x+13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=4, y=5$**

㉡을 ㉠에 대입하면 $x=(-2x+13)-1$
$3x=12$ $\therefore x=4$
$x=4$를 ㉡에 대입하면 $y=-2\times4+13=5$

04 다음 연립방정식을 대입법을 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} 3x-y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=3, y=2$**

㉡에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=-x+5$ …… ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면 $3x-(-x+5)=7$
$4x=12$ $\therefore x=3$
$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=-3+5=2$

(2) $\begin{cases} 2x-3y=-17 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=-4, y=3$**

㉡에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면 $x=-4y+8$ …… ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면 $2(-4y+8)-3y=-17$
$-11y=-33$ $\therefore y=3$
$y=3$을 ㉢에 대입하면 $x=-4\times3+8=-4$

(3) $\begin{cases} 2x+y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=6, y=-1$**

㉠에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=-2x+11$ …… ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $3x-2(-2x+11)=20$
$7x=42$ $\therefore x=6$
$x=6$을 ㉢에 대입하면 $y=-2\times6+11=-1$

(4) $\begin{cases} -3x+4y=-13 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=7, y=2$**

㉡에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면 $x=-3y+13$ …… ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면 $-3(-3y+13)+4y=-13$
$13y=26$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉢에 대입하면 $x=-3\times2+13=7$

(5) $\begin{cases} 2x-3y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=-3, y=-5$**

㉡에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=x-2$ …… ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면 $2x-3(x-2)=9$
$-x=3$ $\therefore x=-3$
$x=-3$을 ㉢에 대입하면 $y=-3-2=-5$

(6) $\begin{cases} 2x-y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ **$x=3, y=-2$**

㉠에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=2x-8$ …… ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $2x-3(2x-8)=12$
$-4x=-12$ $\therefore x=3$
$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=2\times3-8=-2$

개념 11

가감법을 이용한 연립방정식의 풀이

(1) 가감법: 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 연립방정식을 푸는 방법

(2) 가감법을 이용한 연립방정식의 풀이

❶ 없앨 미지수의 계수의 절댓값이 같도록 두 식의 양변에 적당한 수를 곱한다.

❷ 없앨 미지수의 계수의 부호가 같으면 빼고, 다르면 더하여 한 미지수를 없앤 후 방정식을 푼다.

❸ ❷에서 구한 해를 간단한 일차방정식에 대입하여 다른 미지수의 값을 구한다.

예 $\begin{cases} 3x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\xrightarrow{㉠\times 2-㉡}$ $\begin{array}{rl} 6x+2y=16 & \\ -)\ x+2y=6 & \leftarrow y\text{를 소거} \\ \hline 5x\quad =10 & \therefore x=2 \end{array}$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $2+2y=6$ $\therefore y=2$

가감법을 이용한 연립방정식의 풀이 (1)

계수의 절댓값이 같은 미지수를 소거할 때, 계수의 부호가

① 같으면 ➡ 두 일차방정식을 변끼리 **빼다**.

② 다르면 ➡ 두 일차방정식을 변끼리 **더하다**.

01 다음 연립방정식에서 [ ] 안의 문자를 없애기 위한 연립방정식으로 나타내시오.

(1) $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$ [x] 예 $\begin{cases} 2x-4y=2 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 5x-y=3 \\ -x+3y=8 \end{cases}$ [y] 예 $\begin{cases} 15x-3y=9 \\ -x+3y=8 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-y=7 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ [x] 예 $\begin{cases} 2x-2y=14 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 9x+2y=10 \\ -4x+3y=-20 \end{cases}$ [y] 예 $\begin{cases} 27x+6y=30 \\ -8x+6y=-40 \end{cases}$

02 다음 연립방정식을 가감법을 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=10,\ y=4$

㉠+㉡을 하면 $2x=20$ $\therefore x=10$

$x=10$을 ㉡에 대입하면 $10+y=14$ $\therefore y=4$

(2) $\begin{cases} x+y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-5,\ y=2$

㉠+㉡을 하면 $2y=4$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x+2=-3$ $\therefore x=-5$

(3) $\begin{cases} 3x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-2,\ y=10$

㉠−㉡을 하면 $x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $-6+y=4$ $\therefore y=10$

(4) $\begin{cases} x-2y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=1,\ y=2$

㉠−㉡을 하면 $-6y=-12$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x-4=-3$ $\therefore x=1$

가감법을 이용한 연립방정식의 풀이 (2)

❶ 각 방정식의 양변에 적당한 수를 곱하여 없애려는 미지수의 계수의 **절댓값**을 같게 한다.

❷ 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 **미지수**를 없앤 후 나머지 미지수의 값을 구한다.

❸ ❷에서 구한 **미지수**의 값을 ❶의 방정식에 대입하여 다른 미지수의 값을 구한다.

03 다음 연립방정식을 가감법을 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x-y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=2, y=0$

㉠×2+㉡을 하면 $7x=14$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $4-y=4$ $\therefore y=0$

(2) $\begin{cases} 3x+2y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-4y=-11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=1, y=4$

㉠×2+㉡을 하면 $11x=11$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $3+2y=11$ $\therefore y=4$

(3) $\begin{cases} 4x-2y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=4, y=3$

㉠−㉡×2를 하면 $-8y=-24$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $4x-6=10$ $\therefore x=4$

(4) $\begin{cases} x-2y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+7y=25 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=8, y=-1$

㉠×4−㉡을 하면 $-15y=15$ $\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $x+2=10$ $\therefore x=8$

(5) $\begin{cases} 4x-2y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-2, y=-3$

㉠−㉡×2를 하면 $4y=-12$ $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉡에 대입하면 $2x+9=5$ $\therefore x=-2$

04 다음 연립방정식을 가감법을 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+5y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+7y=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-3, y=1$

㉠×3+㉡×2를 하면 $29y=29$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $2x+5=-1$ $\therefore x=-3$

(2) $\begin{cases} 2x+7y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -5x-4y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-2, y=1$

㉠×5+㉡×2를 하면 $27y=27$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $2x+7=3$ $\therefore x=-2$

(3) $\begin{cases} 3x+4y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=1, y=2$

㉠×2−㉡×3을 하면 $-y=-2$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $3x+8=11$ $\therefore x=1$

(4) $\begin{cases} 2x+5y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=-11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-1, y=2$

㉠×3−㉡×2를 하면 $23y=46$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $2x+10=8$ $\therefore x=-1$

(5) $\begin{cases} 4x+3y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=1, y=1$

㉠×2+㉡×3을 하면 $23x=23$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $5-2y=3$ $\therefore y=1$

(6) $\begin{cases} 4x+5y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+7y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $x=-2, y=1$

㉠×3−㉡×4를 하면 $-13y=-13$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $4x+5=-3$ $\therefore x=-2$

개념 12

복잡한 연립방정식의 풀이

(1) 괄호가 있는 경우: 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 풀고 식을 간단히 정리한 후 연립방정식을 푼다.

예 $\begin{cases} 5(x+y)-2y=0 \\ 3x-2(x-y)=7 \end{cases}$ $\xrightarrow[\text{동류항끼리 정리}]{\text{괄호를 풀어}}$ $\begin{cases} 5x+3y=0 \\ x+2y=7 \end{cases}$

(2) 계수가 분수인 경우: 양변의 모든 항에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼 후 연립방정식을 푼다.

예 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=\frac{2}{3} \end{cases}$ $\xrightarrow[6\text{을 곱하기}]{\text{분모의 최소공배수인}}$ $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$

(3) 계수가 소수인 경우: 양변의 모든 항에 10, 100, 1000, … 중 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼 후 연립방정식을 푼다.

예 $\begin{cases} 0.2x-0.3y=-1 \\ 0.4x-0.5y=0.8 \end{cases}$ $\xrightarrow[\text{곱하기}]{\text{양변에 10을}}$ $\begin{cases} 2x-3y=-10 \\ 4x-5y=8 \end{cases}$

괄호가 있는 연립방정식의 풀이

괄호가 있는 연립방정식은 **분배** 법칙을 이용하여 먼저 괄호를 풀고 식을 간단히 정리한 후 연립방정식을 푼다.

$\begin{cases} 2(x+3)-3y=6 \\ 3x-4(y+1)=-3 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \boxed{2x-3y}=0 \\ \boxed{3x-4y}=1 \end{cases}$

01 다음 방정식을 $ax+by=c$ 꼴로 나타내시오. (단, $a>0$, a, b, c는 정수)

(1) $3(x-y)+5y=-1$ $3x+2y=-1$

(2) $3(x+2)+4(y-1)=6$ $3x+4y=4$

(3) $2x-(3x+2y)=4$ $x+2y=-4$

(4) $x-2(3x-y)=9$ $5x-2y=-9$

02 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 3(x-y)+5y=2 \\ x+2y=6 \end{cases}$ $x=-2,\ y=4$

$\begin{cases} 3x+2y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $2x=-4$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉡에 대입하면 $-2+2y=6$

$2y=8$ $\therefore y=4$

(2) $\begin{cases} 2(x+y)=x-4 \\ x+2(1-y)=5 \end{cases}$ $x=-\frac{1}{2},\ y=-\frac{7}{4}$

$\begin{cases} x+2y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=-1$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$

$x=-\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $-\frac{1}{2}+2y=-4$

$2y=-\frac{7}{2}$ $\therefore y=-\frac{7}{4}$

(3) $\begin{cases} 6x+5(y+1)=3 \\ 2(x-2y)+y=4 \end{cases}$ $x=\frac{1}{2},\ y=-1$

$\begin{cases} 6x+5y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $14y=-14$ $\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉡에 대입하면 $2x+3=4$

$2x=1$ $\therefore x=\frac{1}{2}$

(4) $\begin{cases} 2(x-y)+3y=8 \\ 5x-3(2x-y)=3 \end{cases}$ $x=3,\ y=2$

$\begin{cases} 2x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+3y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $7y=14$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $2x+2=8$

$2x=6$ $\therefore x=3$

계수가 분수인 연립방정식의 풀이

계수가 분수인 연립방정식은 양변의 모든 항에 분모의 **최소공배수**를 곱하여 계수를 **정수**로 바꾼 후 연립방정식을 푼다.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=\frac{5}{6} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y=\frac{5}{12} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \xrightarrow[㉡\times 12]{㉠\times 6} \begin{cases} \boxed{3x-2y}=5 \\ \boxed{4x-3y}=5 \end{cases}$$

03 다음 방정식을 $ax+by=c$ 꼴로 나타내시오. (단, $a>0$, a, b, c는 정수)

(1) $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=\frac{1}{6}$ ㉮ $2x-3y=1$

(2) $-\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}y=1$ ㉮ $3x-8y=-12$

(3) $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=\frac{1}{5}$ ㉮ $15x-10y=6$

(4) $-\frac{3}{5}x+\frac{1}{2}y=\frac{1}{6}$ ㉮ $18x-15y=-5$

04 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y=7 \\ 4x-y=6 \end{cases}$ $x=4,\ y=10$

$\begin{cases} x+y=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $5x=20$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $4+y=14$ $\therefore y=10$

(2) $\begin{cases} 5x-9y=9 \\ \frac{2}{3}x+\frac{3}{4}y=\frac{1}{3} \end{cases}$ $x=1,\ y=-\frac{4}{9}$

$\begin{cases} 5x-9y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x+9y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $13x=13$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $8+9y=4$

$9y=-4$ $\therefore y=-\frac{4}{9}$

(3) $\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=2 \\ \frac{1}{5}x-\frac{1}{4}y=-1 \end{cases}$ $x=0,\ y=4$

$\begin{cases} 2x+3y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=-20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $11y=44$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $2x+12=12$ $\therefore x=0$

(4) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=2 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=\frac{41}{6} \end{cases}$ $x=-2,\ y=-15$

$\begin{cases} 5x-2y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=41 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 2$를 하면 $11x=-22$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $-10-2y=20$

$-2y=30$ $\therefore y=-15$

(5) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=\frac{13}{6} \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{5}y=\frac{14}{15} \end{cases}$ $x=-11,\ y=-23$

$\begin{cases} 3x-2y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-3y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 2$를 하면 $-x=11$ $\therefore x=-11$

$x=-11$을 ㉠에 대입하면 $-33-2y=13$

$-2y=46$ $\therefore y=-23$

(6) $\begin{cases} \frac{x-1}{3}=\frac{1}{2}y \\ \frac{1}{5}x=y+3 \end{cases}$ $x=-5,\ y=-4$

$\begin{cases} 2x-3y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5y=15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $7y=-28$ $\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉡에 대입하면 $x+20=15$ $\therefore x=-5$

(7) $\begin{cases} \frac{x-1}{4}+y=1 \\ \frac{x+1}{3}+y=1 \end{cases}$ $x=-7,\ y=3$

$\begin{cases} x+4y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x+12=5$ $\therefore x=-7$

계수가 소수인 연립방정식의 풀이

계수가 소수인 연립방정식은 양변에 적당한 **10**의 거듭제곱을 곱하여 계수를 **정수**로 바꾼 후 연립방정식을 푼다.

$$\begin{cases} 0.1x+0.2y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.02x-0.03y=-0.1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

$\xrightarrow[㉡\times 100]{㉠\times 10}$ $\begin{cases} \boxed{x+2y}=30 \\ \boxed{2x-3y}=-10 \end{cases}$

05 다음 방정식을 $ax+by=c$ 꼴로 나타내시오. (단, $a>0$, a, b, c는 정수)

(1) $0.2x-0.3y=1$ ㉮ $\mathbf{2x-3y=10}$

(2) $0.3x-0.5y=1.2$ ㉮ $\mathbf{3x-5y=12}$

(3) $0.01x+0.04y=0.1$ ㉮ $\mathbf{x+4y=10}$

(4) $0.03x-0.5y=2$ ㉮ $\mathbf{3x-50y=200}$

06 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+y=12 \\ 0.1x-0.2y=0.1 \end{cases}$ $\mathbf{x=5,\ y=2}$

$\begin{cases} 2x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2$+㉡을 하면 $5x=25$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $10+y=12$ $\therefore y=2$

(2) $\begin{cases} 0.2x-0.1y=-0.5 \\ 3x+y-11=-1 \end{cases}$ $\mathbf{x=1,\ y=7}$

$\begin{cases} 2x-y=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $5x=5$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $3+y=10$ $\therefore y=7$

(3) $\begin{cases} 0.5x+0.2y=0.7 \\ 0.1x-0.3y=-0.2 \end{cases}$ $\mathbf{x=1,\ y=1}$

$\begin{cases} 5x+2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡$\times 5$를 하면 $17y=17$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x-3=-2$ $\therefore x=1$

(4) $\begin{cases} 0.1x+0.2y=0.5 \\ 0.02x+0.03y=0.08 \end{cases}$ $\mathbf{x=1,\ y=2}$

$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2$−㉡을 하면 $y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x+4=5$ $\therefore x=1$

(5) $\begin{cases} 0.01x+0.02y=0.01 \\ 0.02x-0.01y=0.02 \end{cases}$ $\mathbf{x=1,\ y=0}$

$\begin{cases} x+2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2$−㉡을 하면 $5y=0$ $\therefore y=0$

$y=0$을 ㉠에 대입하면 $x=1$

(6) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=1.9 \\ 0.02x-0.03y=0.01 \end{cases}$ $\mathbf{x=5,\ y=3}$

$\begin{cases} 2x+3y=19 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4x=20$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $10+3y=19$

$3y=9$ $\therefore y=3$

(7) $\begin{cases} 0.04x-0.05y=-0.03 \\ 0.3x-0.4y=-0.2 \end{cases}$ $\mathbf{x=-2,\ y=-1}$

$\begin{cases} 4x-5y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3$−㉡$\times 4$를 하면 $y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $4x+5=-3$

$4x=-8$ $\therefore x=-2$

07 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{3}{5}y=5 \\ 0.5x-0.4y=2 \end{cases}$ **$x=8, y=5$**

$\begin{cases} 5x+12y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-4y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $16y=80$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $5x+60=100$

$5x=40$ $\therefore x=8$

(2) $\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{1}{2}y=3 \\ 0.3x+0.4y=1.7 \end{cases}$ **$x=3, y=2$**

$\begin{cases} 4x+3y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+4y=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡×4를 하면 $-7y=-14$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $4x+6=18$

$4x=12$ $\therefore x=3$

(3) $\begin{cases} 0.2x-0.3y=1.2 \\ \frac{3}{5}x-\frac{1}{2}y=-\frac{2}{5} \end{cases}$ **$x=-9, y=-10$**

$\begin{cases} 2x-3y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x-5y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $-4y=40$ $\therefore y=-10$

$y=-10$을 ㉠에 대입하면 $2x+30=12$

$2x=-18$ $\therefore x=-9$

(4) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-0.25y=0 \\ 0.1x+0.2y=0.5 \end{cases}$ **$x=1, y=2$**

$\begin{cases} 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면 $5x=5$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $2-y=0$ $\therefore y=2$

(5) $\begin{cases} x:y=3:4 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$ **$x=2, y=\frac{8}{3}$**

$\begin{cases} 4x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2x+4x=12$, $6x=12$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $8=3y$ $\therefore y=\frac{8}{3}$

(6) $\begin{cases} 3(x+y)-4y=-2 \\ (x-1):(y+1)=2:5 \end{cases}$ **$x=-11, y=-31$**

$\begin{cases} 3x-y=-2 \\ 5(x-1)=2(y+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $x=-11$

$x=-11$을 ㉠에 대입하면 $-33-y=-2$ $\therefore y=-31$

해의 조건이 주어질 때, 연립방정식의 상수 구하기

$\begin{cases} 3x+4y=1 \\ 2x-y=a-5 \end{cases}$의 해가 $-2x+y=3$을 만족시킬 때,

❶ 연립방정식 $\begin{cases} \boxed{-2x+y=3} \\ 3x+4y=1 \end{cases}$을 푼다.

❷ ❶에서 구한 해를 $2x-y=a-5$에 대입하여 상수 a의 값을 구한다.

08 다음 연립방정식의 해가 [ ] 안의 일차방정식을 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $\begin{cases} x+y=a+4 \\ -2x+3y=4 \end{cases}$ $[y=x-2]$ **14**

$\begin{cases} y=x-2 \\ -2x+3y=4 \end{cases}$를 풀면 $x=10, y=8$ $\cdots\cdots ㉠$

㉠을 $x+y=a+4$에 대입하면

$18=a+4$ $\therefore a=14$

(2) $\begin{cases} 3x-y=1 \\ -x-ay=5 \end{cases}$ $[x=2y-3]$ **-3**

$\begin{cases} x=2y-3 \\ 3x-y=1 \end{cases}$을 풀면 $x=1, y=2$ $\cdots\cdots ㉠$

㉠을 $-x-ay=5$에 대입하면

$-1-2a=5$ $\therefore a=-3$

(3) $\begin{cases} -x+4y=7 \\ ax-5y=-7 \end{cases}$ $[2x+3y=8]$ **3**

$\begin{cases} 2x+3y=8 \\ -x+4y=7 \end{cases}$을 풀면 $x=1, y=2$ $\cdots\cdots ㉠$

㉠을 $ax-5y=-7$에 대입하면

$a-10=-7$ $\therefore a=3$

(4) $\begin{cases} 2x+y=24 \\ -4x+ay=3 \end{cases}$ $[x:y=3:2]$ **$\frac{13}{2}$**

$\begin{cases} 2x=3y \\ 2x+y=24 \end{cases}$를 풀면 $x=9, y=6$ $\cdots\cdots ㉠$

㉠을 $-4x+ay=3$에 대입하면

$-36+6a=3$ $\therefore a=\frac{13}{2}$

개념 13

$A=B=C$ 꼴의 방정식 / 해가 특수한 연립방정식

2 연립일차방정식

(1) $A=B=C$ 꼴의 방정식: 다음 세 형태 중 가장 간단한 것으로 바꾸어 푼다.

$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$

(2) 해가 특수한 연립방정식

연립방정식에서 어느 하나의 일차방정식의 양변에 적당한 수를 곱하였을 때

① x의 계수, y의 계수, 상수항이 각각 같은 경우 ➡ 해가 무수히 많다.

예 $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+3y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\xrightarrow{㉠\times 3}$ $\begin{cases} 6x+3y=3 \\ 6x+3y=3 \end{cases}$ ➡ 일치한다. ➡ 해가 무수히 많다.

② x의 계수, y의 계수는 각각 같고, 상수항은 다른 경우 ➡ 해가 없다.

예 $\begin{cases} x-2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-4y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\xrightarrow{㉠\times 2}$ $\begin{cases} 2x-4y=2 \\ 2x-4y=5 \end{cases}$ ➡ 상수항만 다르다. ➡ 해가 없다.

$A=B=C$ 꼴의 방정식

① $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \boxed{A=B} \\ B=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=C \\ \boxed{B=C} \end{cases}$ 중 가장 간단한 꼴로 바꾸어 푼다.

② C가 상수인 경우는 $\begin{cases} A=C \\ \boxed{B=C} \end{cases}$ 꼴로 바꾸어 푼다.

01 다음 $A=B=C$ 꼴의 방정식을 주어진 형태의 연립방정식으로 나타내시오.

(1) $3x-y+4=5x+y=x+2y+8$

$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \boxed{3x-y+4}=\boxed{5x+y} \\ \boxed{3x-y+4}=\boxed{x+2y+8} \end{cases}$

$\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \boxed{3x-y+4}=\boxed{5x+y} \\ \boxed{5x+y}=\boxed{x+2y+8} \end{cases}$

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \boxed{3x-y+4}=\boxed{x+2y+8} \\ \boxed{5x+y}=\boxed{x+2y+8} \end{cases}$

(2) $3x-y=2x-y+11=5$

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \boxed{3x-y}=\boxed{5} \\ \boxed{2x-y+11}=\boxed{5} \end{cases}$

02 다음 방정식을 푸시오.

(1) $2x+y-2=x-3y=2$ $x=2,\ y=0$

$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $7y=0$ $\therefore y=0$

$y=0$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

(2) $5x-3y=4x-4y=3x+2y-7$ $x=-1,\ y=1$

$\begin{cases} 5x-3y=4x-4y \\ 4x-4y=3x+2y-7 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-6y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $7y=7$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x=-1$

(3) $3x+y=4x-y=x+5$ $x=2,\ y=1$

$\begin{cases} 3x+y=4x-y \\ 3x+y=x+5 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x-2y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $5x=10$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $4+y=5$ $\therefore y=1$

(4) $\dfrac{2x+3}{5}=\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{2x-y}{2}$ $x=3,\ y=\dfrac{12}{5}$

$\begin{cases} \dfrac{2x+3}{5}=\dfrac{x+y}{3} \\ \dfrac{x+y}{3}=\dfrac{2x-y}{2} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x-5y=-9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-3x=-9$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $12-5y=0$ $\therefore y=\dfrac{12}{5}$

해가 특수한 연립방정식

연립방정식에서 어느 하나의 일차방정식의 양변에 적당한 수를 곱하여 다른 일차방정식과 x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 비교하였을 때

① 두 일차방정식이 일치하면 ➡ 해가 **무수히 많다**.

② 상수항만 다르면 ➡ 해가 **없다**.

03 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $2x-2y=6$

➡ $\begin{cases} 2x-\boxed{2}y=\boxed{6} \\ 2x-2y=6 \end{cases}$

➡ 해가 무수히 많다.

(2) $\begin{cases} 3x+y=6 \\ 6x+2y=-3 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $6x+2y=12$

➡ $\begin{cases} \boxed{6}x+2y=\boxed{12} \\ 6x+2y=-3 \end{cases}$

➡ 해가 없다.

(3) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 6x-9y=3 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $6x-9y=3$ 해가 무수히 많다.

(4) $\begin{cases} -2x+6y=4 \\ 8x-24y=16 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-4)}$ $8x-24y=-16$ 해가 없다.

04 다음 연립방정식의 해가 무수히 많을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $\begin{cases} x+ay=2 \\ 3x+3y=6 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $3x+3ay=6$

➡ $\begin{cases} \boxed{3}x+3ay=\boxed{6} \\ 3x+3y=6 \end{cases}$

➡ $a=\boxed{1}$

(2) $\begin{cases} x-2y=4 \\ ax-6y=12 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $3x-6y=12$ **3**

(3) $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+ay=6 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $2x-2y=6$ **−2**

05 다음 연립방정식의 해가 없을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $\begin{cases} 3x-y=-9 \\ ax-2y=18 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $6x-2y=-18$

➡ $\begin{cases} \boxed{6}x-2y=\boxed{-18} \\ ax-2y=18 \end{cases}$

➡ $a=\boxed{6}$

(2) $\begin{cases} 3x+ay=7 \\ -12x+8y=28 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-4)}$ $-12x-4ay=-28$ **−2**

$-4a=8$ $\therefore a=-2$

(3) $\begin{cases} 4x-6y=-6 \\ -ax-3y=-2 \end{cases}$ **−2** $\xrightarrow{\times 2}$ $-2ax-6y=-4$

$-2a=4$ $\therefore a=-2$

(4) $\begin{cases} 2x-ay=-5 \\ -6x+3y=-10 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-3)}$ $-6x+3ay=15$ **1**

$3a=3$ $\therefore a=1$

개념 14

연립방정식의 활용 (1)

(1) 연립방정식의 활용 문제 풀이 순서

❶ 미지수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고, 무엇을 미지수 x, y로 놓을지 결정한다.

❷ 연립방정식 세우기: x, y를 사용하여 문제의 주어진 조건에 맞는 연립방정식을 세운다.

❸ 연립방정식 풀기: 연립방정식을 풀어 x, y의 값을 구한다.

❹ 확인하기: 구한 x, y의 값이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

참고 구한 값이 문제의 뜻에 맞는지 확인할 때, 다음에 유의한다.

① 나이, 횟수, 개수 등 ➡ 자연수 ② 길이, 거리 등 ➡ 양수

(2) 연립방정식의 활용 문제에서 자주 이용되는 식

① 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리 자연수 ➡ $10x+y$

② (a년 후의 나이)=(현재 나이)+a, (b년 전의 나이)=(현재 나이)−b

수에 대한 문제

두 자연수를 x, y(단, $x>y$)라 하면

두 자연수의 합이 a ➡ $\boxed{x+y}=a$

두 자연수의 차가 b ➡ $\boxed{x-y}=b$

01 합이 60이고, 차가 6인 두 자연수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 큰 수를 x, 작은 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

(합에 대한 식)
(차에 대한 식) ➡ $\begin{cases} \boxed{x+y=60} \\ \boxed{x-y=6} \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=33,\ y=27$

$\begin{cases} x+y=60 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=66$ $\therefore x=33$

$x=33$을 ㉠에 대입하면 $33+y=60$ $\therefore x=27$

(3) 두 자연수를 구하시오. 33, 27

02 합이 36이고, 차가 18인 두 자연수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 큰 수를 x, 작은 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오. 예 $\begin{cases} x+y=36 \\ x-y=18 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=27,\ y=9$

$\begin{cases} x+y=36 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=54$ $\therefore x=27$

$x=27$을 ㉠에 대입하면 $27+y=36$ $\therefore y=9$

(3) 두 자연수를 구하시오. 27, 9

03 합이 −4이고, 차가 28인 두 정수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 큰 수를 x, 작은 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오. 예 $\begin{cases} x+y=-4 \\ x-y=28 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=12,\ y=-16$

$\begin{cases} x+y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=28 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=24$ $\therefore x=12$

$x=12$를 ㉠에 대입하면 $12+y=-4$ $\therefore y=-16$

(3) 두 정수를 구하시오. 12, −16

두 자리의 자연수에 대한 문제

	십의 자리의 숫자	일의 자리의 숫자	두 자리 자연수
처음 수	x	y	$10x+y$
바꾼 수	y	x	$10y+x$

04 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 13이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 서로 바꾼 수는 처음 수보다 9만큼 작다고 할 때, 처음 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

{(각 자리의 숫자에 대한 식)
{(처음 수와 자리를 바꾼 수에 대한 식)

➡ $\begin{cases} x+y=\boxed{13} \\ (10y+x)=(10x+y)-\boxed{9} \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=7, y=6$

$\begin{cases} x+y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x-9y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ㉠+㉡÷9를 하면 $2x=14$ $\therefore x=7$

$x=7$을 ㉠에 대입하면 $7+y=13$ $\therefore y=6$

(3) 처음 수를 구하시오. 76

05 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 9이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 서로 바꾼 수는 처음 수보다 27이 크다고 할 때, 처음 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=3, y=6$

(3) 처음 수를 구하시오. 36

나이에 대한 문제

현재 엄마 나이를 x살, 딸의 나이를 y살이라 할 때,

① a년 후 엄마의 나이는 딸의 나이의 2배

➡ ($\boxed{x+a}$) = ($\boxed{y+a}$) × 2

② b년 전 엄마의 나이는 딸의 나이의 3배

➡ ($\boxed{x-b}$) = ($\boxed{y-b}$) × 3

06 현재 엄마와 딸의 나이의 합은 53살이고 11년 후에 엄마의 나이는 딸의 나이의 2배가 된다고 할 때, 현재 엄마와 딸의 나이를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 현재 엄마의 나이를 x살, 딸의 나이를 y살이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

{(현재 엄마와 딸의 나이에 대한 식)
{(11년 후 엄마와 딸의 나이에 대한 식)

➡ $\begin{cases} x+y=\boxed{53} \\ (x+11)=(y+11)\times\boxed{2} \end{cases}$

(2) (1)에 세운연립방정식을 푸시오. $x=39, y=14$

$\begin{cases} x+y=53 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ㉠−㉡을 하면 $3y=42$ $\therefore y=14$

$y=14$를 ㉠에 대입하면 $x+14=53$ $\therefore x=39$

(3) 현재 엄마와 딸의 나이를 각각 구하시오.

엄마: 39살, 딸: 14살

07 현재 아빠와 아들의 나이의 차는 26살이고 3년 전에 아빠의 나이는 아들의 나이의 3배였다고 할 때, 현재 아빠의 나이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 현재 아빠의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x-y=26 \\ x-3=3(y-3) \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=42, y=16$

(3) 현재 아빠의 나이를 구하시오. 42살

개수, 가격에 대한 문제

a원짜리 물건 x개와 b원짜리 물건 y개를 살 때,

➡ $\begin{cases} \text{개수에 대한 식: } x+y=(\text{총 개수}) \\ \text{가격에 대한 식: } \boxed{ax+by}=(\text{총 가격}) \end{cases}$

08 5000원짜리 우유와 7000원짜리 과자를 합하여 9개를 사고 51000원을 지불했을 때, 우유와 과자를 각각 몇 개씩 샀는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 우유를 x개, 과자를 y개 샀다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$\begin{cases} (\text{우유와 과자의 개수에 대한 식}) \\ (\text{우유와 과자의 가격에 대한 식}) \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x+y=\boxed{9} \\ 5000x+7000y=\boxed{51000} \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=6,\ y=3$

$\begin{cases} x+y=9 \\ 5000x+7000y=51000 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+7y=51 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7-$㉡을 하면 $2x=12$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $y=3$

(3) 우유와 과자를 각각 몇 개씩 샀는지 구하시오.

우유: 6개, 과자: 3개

09 1개에 1000원 하는 머리끈과 800원 하는 머리핀을 합하여 10개를 샀더니 총 가격이 9200원이었을 때, 머리핀을 몇 개 샀는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 머리끈을 x개, 머리핀을 y개 샀다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=10 \\ 1000x+800y=9200 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=6,\ y=4$

(3) 머리핀을 몇 개 샀는지 구하시오. 4개

다리 수, 바퀴 수에 대한 문제

강아지 x마리와 닭 y마리를 기르고 있을 때,

➡ $\begin{cases} \text{마리 수에 대한 식: } x+y=(\text{총 마리 수}) \\ \text{다리 수에 대한 식: } \boxed{4}x+\boxed{2}y=(\text{총 다리 수}) \end{cases}$

4: 강아지의 다리 수, 2: 닭의 다리 수

10 강아지와 닭을 합하여 6마리가 있다. 다리 수의 합이 20일 때, 강아지와 닭은 각각 몇 마리씩 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 강아지가 x마리, 닭이 y마리 있다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$\begin{cases} (\text{강아지와 닭의 수에 대한 식}) \\ (\text{강아지와 닭의 다리 수에 대한 식}) \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x+y=\boxed{6} \\ 4x+2y=\boxed{20} \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=4,\ y=2$

$\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+2y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 4-$㉡을 하면 $2y=4$ $\therefore y=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $x=4$

(3) 강아지와 닭은 각각 몇 마리씩 있는지 구하시오.

강아지: 4마리, 닭: 2마리

11 주차장에 오토바이와 자동차를 합하여 16대가 있다. 바퀴 수의 합이 52일 때, 주차된 오토바이는 몇 대인지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 주차된 오토바이가 x대, 자동차가 y대라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+4y=52 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=6,\ y=10$

(3) 주차된 오토바이는 몇 대인지 구하시오. 6대

입장료에 대한 문제

어른 1명의 입장료가 x원, 어린이 1명의 입장료가 y원일 때,

➡ $\begin{cases}(\text{어른 1명})+(\text{어린이 2명}): \boxed{x+2y}=(\text{총 입장료}) \\ (\text{어른 2명})+(\text{어린이 1명}): \boxed{2x+y}=(\text{총 입장료})\end{cases}$

12 어느 공원의 어른 1명과 어린이 2명의 총 입장료는 4000원이고, 어른 2명과 어린이 1명의 총 입장료는 5000원일 때, 어른 1명과 어린이 1명의 입장료를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 어른 1명의 입장료를 x원, 어린이 1명의 입장료를 y원이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$\begin{cases}(\text{어른 1명과 어린이 2명의 총 입장료에 대한 식}) \\ (\text{어른 2명과 어린이 1명의 총 입장료에 대한 식})\end{cases}$

➡ $\begin{cases}x+2y=\boxed{4000} \\ 2x+y=\boxed{5000}\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오.

$x=2000$, $y=1000$

$\begin{cases}x+2y=4000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=5000 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $3y=3000$ $\therefore y=1000$

$y=1000$을 ㉠에 대입하면 $x=2000$

(3) 어른 1명과 어린이 1명의 입장료를 각각 구하시오.

어른: 2000원, 어린이: 1000원

13 어느 박물관의 어른 2명과 어린이 3명의 총 입장료는 8600원이고, 어른 3명과 어린이 2명의 총 입장료는 9900원일 때, 어른 1명과 어린이 1명의 입장료를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 어른 1명의 입장료를 x원, 어린이 1명의 입장료를 y원이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases}2x+3y=8600 \\ 3x+2y=9900\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. **$x=2500$, $y=1200$**

(3) 어른 1명과 어린이 1명의 입장료를 각각 구하시오.

어른: 2500원, 어린이: 1200원

14 어느 박물관에 어른 4명과 어린이 9명이 입장하는 데 총 입장료가 10500원이었다. 어른 1명의 입장료가 어린이 1명의 입장료의 3배일 때, 어른 2명과 어린이 3명의 총 입장료를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 어른 1명의 입장료를 x원, 어린이 1명의 입장료를 y원이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases}4x+9y=10500 \\ x=3y\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. **$x=1500$, $y=500$**

(3) 어른 1명과 어린이 1명의 입장료를 각각 구하시오.

어른: 1500원, 어린이: 500원

(4) 어른 2명과 어린이 3명의 총 입장료를 구하시오.

4500원

$1500\times 2+500\times 3=4500$(원)

개념 15

연립방정식의 활용 (2)

(1) 증가, 감소에 대한 문제

① x가 a % 증가 ➡ 증가량: $\frac{a}{100}x$, 증가한 후의 전체의 양: $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$

② y가 b % 감소 ➡ 감소량: $\frac{b}{100}y$, 감소한 후의 전체의 양: $\left(1-\frac{b}{100}\right)y$

(2) 이익, 할인에 대한 문제

① x원에 a % 이익을 붙인 정가: $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원 ② y원에 b % 할인한 가격: $\left(1-\frac{b}{100}\right)y$원

(3) 일에 대한 문제

전체 일의 양을 1로 놓으면 ➡ (하루에 할 수 있는 일의 양) × (일한 날 수) = (전체 일한 양)

증가, 감소에 대한 문제

① x가 a % 증가

➡ 증가한 후의 전체의 양: $\left(\boxed{1+\frac{a}{100}}\right)x$

② y가 b % 감소

➡ 감소한 후의 전체의 양: $\left(\boxed{1-\frac{b}{100}}\right)y$

01 어느 중학교의 작년 입학한 학생은 총 300명이었다. 올해 입학한 남학생 수는 작년보다 5 % 증가하고, 여학생 수는 작년보다 10 % 감소하여 전체 입학생은 294명이 되었다고 할 때, 작년 입학한 남학생 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 작년 입학한 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$\begin{cases}\text{(작년 입학한 학생 수에 대한 식)}\\ \text{(올해 입학한 학생 수에 대한 식)}\end{cases}$

➡ ㉠ $\begin{cases}x+y=\boxed{300}\\ \left(\boxed{1+\frac{5}{100}}\right)x+\left(\boxed{1-\frac{10}{100}}\right)y=294\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=160,\ y=140$

$\begin{cases}x+y=300 & \cdots\cdots㉠\\ 105x+90y=29400 & \cdots\cdots㉡\end{cases}$

㉠ × 90 − ㉡을 하면 $-15x=-2400$ $\therefore x=160$

$x=160$을 ㉠에 대입하면 $y=140$

(3) 작년 입학한 남학생 수를 구하시오. 160

02 댄스 동아리 학생이 작년에는 70명이었는데 올해에는 작년보다 남학생 수가 10 % 감소하고, 여학생 수가 10 % 증가하여 69명이 되었다고 할 때, 올해 여학생 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 작년 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

㉠ $\begin{cases}x+y=70\\ \left(1-\frac{10}{100}\right)x+\left(1+\frac{10}{100}\right)y=69\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=40,\ y=30$

$\begin{cases}x+y=70 & \cdots\cdots㉠\\ 90x+110y=6900 & \cdots\cdots㉡\end{cases}$ ㉠ × 90 − ㉡을 하면 $-20y=-600$ $\therefore y=30$

$y=30$을 ㉠에 대입하면 $x=40$

(3) 올해 여학생 수를 구하시오. 33

$\left(1+\frac{10}{100}\right)\times 30=33$

03 어느 중학교의 작년 전체 학생 수는 340명이었다. 올해 입학한 남학생 수는 작년보다 10 % 증가하고, 여학생 수는 작년보다 5 % 감소하여 전체적으로 7명이 증가하였다고 할 때, 올해 여학생 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 작년 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

㉠ $\begin{cases}x+y=340\\ \frac{10}{100}x-\frac{5}{100}y=7\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=160,\ y=180$

$\begin{cases}x+y=340 & \cdots\cdots㉠\\ 10x-5y=700 & \cdots\cdots㉡\end{cases}$ ㉠ × 10 − ㉡을 하면 $15y=2700$ $\therefore y=180$

$y=180$을 ㉠에 대입하면 $x=160$

(3) 올해 입학한 여학생 수를 구하시오. 171

$\left(1-\frac{5}{100}\right)\times 180=171$

이익, 할인에 대한 문제

① x원에 a % 이익을 붙인 정가: $\left(\boxed{1+\frac{a}{100}}\right)x$원

② y원에 b % 할인한 가격: $\left(\boxed{1-\frac{b}{100}}\right)y$원

04 A, B 두 제품의 원가는 합하여 40000원이다. A 제품은 원가의 20 %, B 제품은 원가의 15 %의 이익을 붙여서 팔았더니 7200원의 이익이 발생하였다고 할 때, A 제품의 원가를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=40000 \\ \frac{20}{100}x+\frac{15}{100}y=7200 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=24000,\ y=16000$

$\begin{cases} x+y=40000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=144000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡−㉠×3을 하면 $x=24000$

$x=24000$을 ㉠에 대입하면 $y=16000$

(3) A 제품의 원가를 구하시오. 24000원

05 A, B 두 제품의 원가는 합하여 80000원이다. A 제품은 원가의 10 %, B 제품은 원가의 20 %의 이익을 붙여서 팔았더니 11800원의 이익을 얻었다고 할 때, B 제품의 정가를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=80000 \\ \frac{10}{100}x+\frac{20}{100}y=11800 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=42000,\ y=38000$

$\begin{cases} x+y=80000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=118000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $x=42000$

$x=42000$을 ㉠에 대입하면 $y=38000$

(3) B 제품의 정가를 구하시오. 45600원

$1.2\times38000=45600$(원)

일에 대한 문제

전체 일의 양을 $\boxed{1}$로 놓고, 다음을 이용한다.

(한 시간에 할 수 있는 일의 양)×(일한 시간)=$\boxed{1}$

06 승호와 민주가 함께 일을 하면 3시간 만에 끝낼 수 있는 일을 승호가 4시간 동안 일하고, 나머지를 민주가 1.5시간 동안 일을 하여 끝냈다. 이 일을 승호가 혼자 하면 몇 시간이 걸리는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 1시간 동안에 승호가 하는 일의 양을 x, 민주가 하는 일의 양을 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} 3x+3y=1 \\ 4x+1.5y=1 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=\frac{1}{5},\ y=\frac{2}{15}$

$\begin{cases} 3x+3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+1.5y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ㉠−㉡×2를 하면 $-5x=-1$ $\therefore x=\frac{1}{5}$

$x=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면 $3y=\frac{2}{5}$ $\therefore y=\frac{2}{15}$

(3) 승호가 혼자 하면 몇 시간이 걸리는지 구하시오. 5시간

07 어떤 물탱크에 물을 가득 채우려고 한다. A 호스로 6시간 동안 넣고, B 호스로 3시간 동안 넣으면 물이 가득 채워지고, A 호스로 4시간 동안 넣고, B 호스로 6시간 동안 넣으면 물이 가득 채워진다고 할 때, A 호스만으로 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 1시간 동안 A 호스만으로 채워지는 물의 양을 x, B 호스만으로 채워지는 물의 양을 y라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} 6x+3y=1 \\ 4x+6y=1 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=\frac{1}{8},\ y=\frac{1}{12}$

$\begin{cases} 6x+3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+6y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ㉠×2−㉡을 하면 $8x=1$ $\therefore x=\frac{1}{8}$

$x=\frac{1}{8}$을 ㉠에 대입하면 $3y=\frac{1}{4}$ $\therefore y=\frac{1}{12}$

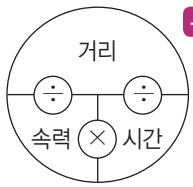
(3) A 호스만으로 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구하시오. 8시간

개념 16

연립방정식의 활용 (3)

(1) 거리, 속력, 시간에 대한 문제

$$(\text{거리})=(\text{속력})\times(\text{시간}),\quad (\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})},\quad (\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$



주의 문제를 풀 때 각각의 단위가 다른 경우에는 방정식을 세우기 전에 단위를 통일해야 한다.
➡ 1 km=1000 m, 1시간=60분

(2) 농도에 대한 문제

$$(\text{소금물의 농도})=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100(\%)$$

$$(\text{소금의 양})=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$$

거리, 속력, 시간에 대한 문제

	A 구간	B 구간	
거리	x km	y km	➡ $x+y$ =(총 거리)
속력	시속 3 km	시속 4 km	
시간	$\frac{x}{3}$	$\frac{y}{4}$	➡ $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}$ =(총 시간)

01 지섭이가 등산을 하는데 올라갈 때는 시속 2 km로 걷고, 내려올 때는 올라갈 때와 다른 길을 시속 5 km로 걸었더니 총 3시간이 걸렸다. 전체 9 km를 걸었다고 할 때, 올라간 거리와 내려온 거리를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$$\begin{cases}(\text{올라간 거리와 내려온 거리에 대한 식})\\(\text{올라갈 때와 내려올 때의 속력에 대한 식})\end{cases}$$

➡ $\begin{cases}x+y=\boxed{9}\\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=\boxed{3}\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=4,\ y=5$

$\begin{cases}x+y=9 & \cdots\cdots ㉠\\ 5x+2y=30 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면 $3y=15$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x=4$

(3) 올라간 거리와 내려온 거리를 각각 구하시오.

올라간 거리: 4 km, 내려온 거리: 5 km

02 나연이가 공원을 산책하는데 갈 때는 시속 3 km로 걷고, 돌아올 때는 시속 4 km로 걸었더니 총 4시간 30분이 걸렸다. 전체 15 km를 걸었다고 할 때, 갈 때와 돌아올 때의 걸은 거리를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 갈 때 걸은 거리를 x km, 돌아올 때 걸은 거리를 y km라 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases}x+y=15\\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=\frac{9}{2}\end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. $x=9,\ y=6$

$\begin{cases}x+y=15 & \cdots\cdots ㉠\\ 4x+3y=54 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면 $y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면 $x=9$

(3) 갈 때 걸은 거리와 돌아올 때 걸은 거리를 각각 구하시오.

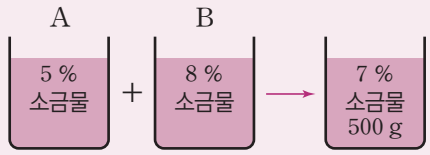
갈 때 걸은 거리: 9 km, 돌아올 때 걸은 거리: 6 km

농도에 대한 문제

농도가 다른 두 소금물 A, B를 섞을 때

(두 소금물의 양의 합)=(섞은 후의 **소금물**의 양)

(두 소금물의 소금의 양의 합)=(섞은 후의 **소금**의 양)



$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=500 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}\times 500 \end{cases}$$

03 5 %의 소금물과 10 %의 소금물을 섞어서 8 %의 소금물 600 g을 만들었다고 할 때, 섞은 두 종류의 소금물의 양을 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 5 %의 소금물을 x g, 10 %의 소금물을 y g 섞었다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

$$\begin{cases} \text{(두 소금물을 섞은 소금물의 양에 대한 식)} \\ \text{(두 소금물에 들어 있는 소금의 양에 대한 식)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=\boxed{600} \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=\frac{8}{100}\times\boxed{600} \end{cases}$$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. **$x=240$, $y=360$**

$\begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+10y=4800 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10−㉡을 하면 $5x=1200$ $\therefore x=240$

$x=240$을 ㉠에 대입하면 $y=360$

(3) 5 %의 소금물의 양을 구하시오. **240 g**

(4) 10 %의 소금물의 양을 구하시오. **360 g**

04 4 %의 설탕물과 10 %의 설탕물을 섞어서 8 %의 설탕물 1500 g을 만들었다고 할 때, 섞은 10 %의 설탕물의 양을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 4 %의 설탕물을 x g, 10 %의 설탕물을 y g 섞었다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=1500 \\ \frac{4}{100}x+\frac{10}{100}y=\frac{8}{100}\times 1500 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. **$x=500$, $y=1000$**

$\begin{cases} x+y=1500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y=6000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면 $3x=1500$ $\therefore x=500$

$x=500$을 ㉠에 대입하면 $y=1000$

(3) 10 %의 설탕물의 양을 구하시오. **1000 g**

05 12 %의 소금물과 7 %의 소금물을 섞어서 9 %의 소금물 400 g을 만들었다고 할 때, 12 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 12 %의 소금물을 x g, 7 %의 소금물을 y g 섞었다고 할 때, x, y에 대한 연립방정식을 세우시오.

예 $\begin{cases} x+y=400 \\ \frac{12}{100}x+\frac{7}{100}y=\frac{9}{100}\times 400 \end{cases}$

(2) (1)에서 세운 연립방정식을 푸시오. **$x=160$, $y=240$**

$\begin{cases} x+y=400 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x+7y=3600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×12−㉡을 하면 $5y=1200$ $\therefore y=240$

$y=240$을 ㉠에 대입하면 $x=160$

(3) 12 %의 소금물의 양을 구하시오. **160 g**

(4) 12 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양을 구하시오. **19.2 g**

$\frac{12}{100}\times 160=19.2(\text{g})$

내신 도전

01 다음 중 두 미지수 x, y에 대한 일차방정식이 아닌 것은?

① $x=2y-5$ ② $3x-2y=0$
✓③ $y=xy+x-1$ ④ $\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=5$
⑤ $x-4y+7=0$

③ $y=xy+x-1$: xy의 차수는 2

02 x, y의 순서쌍 $(-3, k)$가 일차방정식 $4x-3y-9=0$의 한 해일 때, k의 값을 구하시오. **−7**

$x=-3$, $y=k$를 $4x-3y-9=0$에 대입하면
$-12-3k-9=0$, $-3k=21$ $\therefore k=-7$

03 연립방정식 $\begin{cases} ax-3y=7 \\ 2x+by=9 \end{cases}$의 해가 $(4, -1)$일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

✓① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

$x=4$, $y=-1$을 각 방정식에 대입하면
$4a+3=7$에서 $4a=4$ $\therefore a=1$
$8-b=9$에서 $b=-1$
$\therefore ab=1\times(-1)=-1$

04 연립방정식 $\begin{cases} y=2x-1 \\ 3x-2y=-3 \end{cases}$을 풀면?

① $x=-2$, $y=-1$ ✓② $x=5$, $y=9$
③ $x=-5$, $y=-6$ ④ $x=4$, $y=-2$
⑤ $x=-1$, $y=-3$

$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면 $3x-2(2x-1)=-3$
$-x=-5$ $\therefore x=5$
$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=10-1=9$

05 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y=6 \\ 5(2x-1)+y=28 \end{cases}$의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, $a+b$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0
④ 3 ✓⑤ 6

$\begin{cases} 3x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10x+y=33 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면 $13x=39$ $\therefore x=3$
$x=3$을 ㉠에 대입하면 $9-y=6$ $\therefore y=3$
$\therefore a+b=3+3=6$

06 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{4}x-\frac{1}{6}y=-\frac{5}{6} \\ 0.3x+0.5y=0.4 \end{cases}$를 풀면?

① $x=-2$, $y=-2$ ② $x=-2$, $y=-1$
✓③ $x=-2$, $y=2$ ④ $x=2$, $y=-2$
⑤ $x=2$, $y=2$

$\begin{cases} 3x-2y=-10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면 $-7y=-14$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면 $3x-4=-10$ $\therefore x=-2$

07 방정식 $3x-4y=x+y+9=3$의 해가 일차방정식 $x-ay=-12$의 해일 때, 상수 a의 값을 구하시오. **−3**

$\begin{cases}3x-4y=3\\x+y+9=3\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}3x-4y=3 & \cdots\cdots㉠\\x+y=-6 & \cdots\cdots㉡\end{cases}$

㉠+㉡×4를 하면 $7x=-21$ $\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉡에 대입하면 $y=-3$

$x=-3$, $y=-3$을 $x-ay=-12$에 대입하면

$-3+3a=-12$ $\therefore a=-3$

08 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

① $\begin{cases}2x+4y=6\\x+2y=3\end{cases}$ ② $\begin{cases}3x-6y=18\\x-2y=6\end{cases}$

✓③ $\begin{cases}2x+y=3\\6x+3y=2\end{cases}$ ④ $\begin{cases}4x+2y=5\\16x+2y=5\end{cases}$

⑤ $\begin{cases}x-4y=16\\-x+2y=-8\end{cases}$

③ $\begin{cases}2x+y=3 & \cdots\cdots㉠\\6x+3y=2\end{cases}$ $\xrightarrow{㉠\times 3}$ $\begin{cases}6x+3y=9\\6x+3y=2\end{cases}$

09 연립방정식 $\begin{cases}2ax+3y=12\\4x-y=b\end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, 두 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하시오. **52**

$4x-y=b$의 양변에 -3을 곱하면

$\begin{cases}2ax+3y=12\\-12x+3y=-3b\end{cases}$

두 일차방정식이 일치해야 하므로

$2a=-12$, $12=-3b$ $\therefore a=-6$, $b=-4$

$\therefore a^2+b^2=36+16=52$

10 1개에 500원 하는 초콜릿과 1개에 400원 하는 사탕을 합하여 20개를 사서 2000원짜리 선물 바구니에 넣어 포장하였더니 총 금액이 11200원이었다. 이때 초콜릿은 사탕보다 몇 개 더 샀는가?

① 2개 ✓② 4개 ③ 6개

④ 8개 ⑤ 10개

초콜릿을 x개, 사탕을 y개 샀다고 하면

$\begin{cases}x+y=20\\500x+400y+2000=11200\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}x+y=20\\5x+4y=92\end{cases}$

$\therefore x=12$, $y=8$

따라서 초콜릿은 사탕보다 $12-8=4$(개) 더 샀다.

11 지효가 등산을 하는데 올라갈 때는 시속 3 km로 걷고, 내려올 때는 올라갈 때보다 3 km 더 먼 길을 시속 4 km로 걸었더니 총 6시간이 걸렸다. 이때 지효가 내려온 거리는?

① 8 km ② 9 km ③ 10 km

④ 11 km ✓⑤ 12 km

올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases}y=x+3\\\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=6\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}y=x+3\\4x+3y=72\end{cases}$

$\therefore x=9$, $y=12$

따라서 지효가 내려온 거리는 12 km이다.

12 둘레의 길이가 32 cm이고, 가로의 길이가 세로의 길이보다 6 cm 더 긴 직사각형의 넓이를 구하시오. **55 cm²**

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases}2(x+y)=32\\x=y+6\end{cases}$ $\therefore x=11$, $y=5$

따라서 직사각형의 넓이는 $11\times 5=55(\text{cm}^2)$

대단원 평가

01 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 부등식 $\frac{1}{2}x-1\geq-\frac{3}{2}$의 해가 아닌 것은?

① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ✓⑤ -2

$x=-2, -1, 0, 1, 2$를 부등식에 각각 대입하여 참이 되는지 확인한다.
⑤ $x=-2$를 대입하면
$\frac{1}{2}\times(-2)-1=-2\geq-\frac{3}{2}$ (거짓)

02 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $7a+3\geq7b+3$이면 $a\geq b$이다.
② $\frac{1}{3}a-2\leq\frac{1}{3}b-2$이면 $a\leq b$이다.
③ $2a+3\geq2b+3$이면 $a\geq b$이다.
④ $5-a\leq5-b$이면 $a\geq b$이다.
✓⑤ $-4a-3>-4b-3$이면 $a>b$이다.

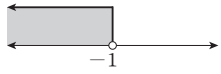
⑤ $-4a-3>-4b-3$이면 $-4a>-4b$이므로 $a<b$이다.

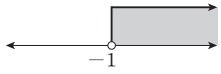
03 다음 중 일차부등식이 아닌 것은?

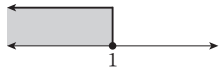
① $x+3>2x$ ✓② $5x-1\leq5x$
③ $2x+5<x+1$ ④ $4>1-2x$
⑤ $-2x\leq2x+1$

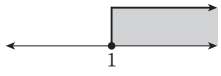
② $5x-5x-1\leq0$ ➡ $-1\leq0$

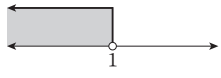
04 다음 중 일차부등식 $\frac{2x-5}{3}\leq\frac{1-5x}{4}$의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

✓③ 

④ 

⑤ 

$4(2x-5)\leq3(1-5x)$에서 $8x-20\leq3-15x$
$23x\leq23$ $\therefore x\leq1$

05 다음 중 해가 나머지 넷과 다른 일차부등식은?

① $x-3>-5$ ② $2x+3>-1$
✓③ $3-2x>4-x$ ④ $x+3<2(x+2)+1$
⑤ $2-x<4$

①, ②, ④, ⑤ $x>-2$
③ $x<-1$

06 $a<0$일 때, x에 대한 일차부등식 $3ax\leq2(ax+3a)$를 만족시키는 한 자리 정수 x의 개수를 구하시오. 4

$3ax\leq2ax+6a$에서 $ax\leq6a$
이때 $a<0$이므로 $x\geq6$
따라서 부등식을 만족시키는 한 자리 정수는 6, 7, 8, 9의 4개이다.

07 다음 두 일차부등식의 해가 같을 때, 상수 a의 값은?

$$\frac{x-a}{2} \geq \frac{x-1}{3}, \quad 0.5(x-7) \geq 1.5$$

① -4 ② -2 ③ 2
✓④ 4 ⑤ 6

$\frac{x-a}{2} \geq \frac{x-1}{3}$에서 $3(x-a) \geq 2(x-1)$
$3x-3a \geq 2x-2$ $\therefore x \geq 3a-2$
$0.5(x-7) \geq 1.5$에서 $x-7 \geq 3$ $\therefore x \geq 10$
해가 같으므로 $3a-2=10$ $\therefore a=4$

08 현우네 집에서 학교까지의 거리가 8 km이다. 현우가 집에서 출발하여 시속 4 km로 걷다가 도중에 시속 3 km로 걸어서 2시간 30분 이내에 학교에 도착하였을 때, 시속 4 km로 걸은 거리는 몇 km 이상인가?

① 1 km ② 1.5 km ✓③ 2 km
④ 2.5 km ⑤ 3 km

시속 4 km로 걸은 거리를 x km라 하면
$\frac{x}{4}+\frac{8-x}{3} \leq \frac{5}{2}$
양변에 12를 곱하면 $3x+4(8-x) \leq 30$
$-x \leq -2$ $\therefore x \geq 2$
따라서 시속 4 km로 걸은 거리는 2 km 이상이다.

09 두 순서쌍 $(3, -5)$, $(-1, b)$가 모두 일차방정식 $ax-4y+1=0$을 만족시킬 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. -5

$x=3$, $y=-5$를 $ax-4y+1=0$에 대입하면
$3a+20+1=0$ $\therefore a=-7$
즉, 주어진 방정식은 $-7x-4y+1=0$이고, $x=-1$, $y=b$를 대입하면
$7-4b+1=0$ $\therefore b=2$
$\therefore a+b=-7+2=-5$

10 다음 보기 중 순서쌍 $(2, -3)$을 해로 갖는 연립방정식을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기

ㄱ. $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ ㄴ. $\begin{cases} x-2y=8 \\ 2x-3y=10 \end{cases}$
ㄷ. $\begin{cases} 3x+4y=-6 \\ 5x+3y=1 \end{cases}$ ㄹ. $\begin{cases} -2x+y=7 \\ 4x+3y=1 \end{cases}$

ㄴ. $\begin{cases} 2+6=8 \\ 4+9=13 \neq 10 \end{cases}$ ㄹ. $\begin{cases} -4-3=-7 \neq 7 \\ 8-9=-1 \neq 1 \end{cases}$

11 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서 x를 없애어 가감법으로 풀려고 한다. 이때 필요한 식은?

① ㉠$\times 5+$㉡$\times 2$ ✓② ㉠$\times 5-$㉡$\times 2$
③ ㉠$\times 2+$㉡$\times 3$ ④ ㉠$\times 2-$㉡$\times 3$
⑤ ㉠$\times 5-$㉡$\times 3$

미지수 x를 없애려면 두 방정식의 x의 계수의 절댓값이 같도록 ㉠에 5를 곱하고, ㉡에 2를 곱한다. 이때 x의 계수의 부호가 같으므로 변끼리 뺀다.

12 연립방정식 $\begin{cases} 2x=5y+8 \\ 4x-7y=19 \end{cases}$를 풀면?

① $x=\frac{13}{2}$, $y=-1$ ② $x=-\frac{13}{2}$, $y=1$
③ $x=1$, $y=-\frac{13}{2}$ ④ $x=1$, $y=\frac{13}{2}$
✓⑤ $x=\frac{13}{2}$, $y=1$

$\begin{cases} 2x=5y+8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-7y=19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 2$를 하면 $4x=10y+16$ $\cdots\cdots ㉢$
㉢을 ㉡에 대입하면 $(10y+16)-7y=19$
$3y=3$ $\therefore y=1$
$y=1$을 ㉠에 대입하면 $2x=13$ $\therefore x=\frac{13}{2}$

13 연립방정식 $\begin{cases} 0.1x-0.4y=1.7 \\ \frac{1}{5}x+\frac{3}{10}y=\frac{6}{5} \end{cases}$의 해가 일차방정식 $2x+ay=10$을 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

✓① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

$\begin{cases} 0.1x-0.4y=1.7 \\ \frac{1}{5}x+\frac{3}{10}y=\frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4y=17 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $-11y=22$ $\therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x+8=17$ $\therefore x=9$

$x=9$, $y=-2$를 $2x+ay=10$에 대입하면

$18-2a=10$, $-2a=-8$ $\therefore a=4$

16 다음 보기 중 연립방정식 $\begin{cases} -9x+3y=a \\ 3x+by=4 \end{cases}$에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $a=-12$, $b=-1$이면 해가 무수히 많다.
ㄴ. $a=12$, $b=-1$이면 해가 없다.
ㄷ. $a=12$, $b=1$이면 해가 한 쌍이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ✓⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\begin{cases} -9x+3y=-12 \\ -9x+3y=-12 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다.

ㄴ. $\begin{cases} -9x+3y=12 \\ -9x+3y=-12 \end{cases}$이므로 해가 없다.

ㄷ. $\begin{cases} -9x+3y=12 \\ 3x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x+y=4 \\ 3x+y=1 \end{cases}$이므로 해가 한 쌍이다.

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

[14~15] 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-4 \\ bx-ay=-3 \end{cases}$에서 잘못하여 a, b를 서로 바꾸어 놓고 풀었더니 해가 $x=1$, $y=-2$가 되었다. 다음 물음에 답하시오.

14 상수 a, b의 값을 각각 구하시오. $a=1, b=-2$

연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=-4 \\ ax-by=-3 \end{cases}$의 해가 $x=1$, $y=-2$이므로

$\begin{cases} b-2a=-4 \\ a+2b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a+b=-4 \\ a+2b=-3 \end{cases}$ $\therefore a=1, b=-2$

15 처음 연립방정식의 해를 구하시오. $x=\frac{2}{5}, y=\frac{11}{5}$

처음 연립방정식은

$\begin{cases} x-2y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x-y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면 $-5y=-11$ $\therefore y=\frac{11}{5}$

$y=\frac{11}{5}$을 ㉠에 대입하면 $x-\frac{22}{5}=-4$ $\therefore x=\frac{2}{5}$

17 다음 표는 두 식품 A, B에 들어 있는 단백질과 지방의 비율을 나타낸 것이다. 두 식품에서 단백질 27 g, 지방 18 g을 얻으려면 식품 A는 몇 g을 섭취해야 하는지 구하시오. 100 g

식품	단백질(%)	지방(%)
A	12	6
B	10	8

식품 A를 x g, 식품 B를 y g 섭취한다고 하면

$\begin{cases} \frac{12}{100}x+\frac{10}{100}y=27 \\ \frac{6}{100}x+\frac{8}{100}y=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+5y=1350 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+4y=900 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $-3y=-450$ $\therefore y=150$

$y=150$을 ㉡에 대입하면 $3x+600=900$ $\therefore x=100$

따라서 식품 A는 100 g을 섭취해야 한다.

18 구리가 30 % 포함된 합금 A와 구리가 60 % 포함된 합금 B를 합하여 구리가 50 %인 합금 300 g을 만들려고 한다. 이때 필요한 합금 A, B의 양의 차를 구하시오. 100 g

합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{30}{100}x+\frac{60}{100}y=\frac{50}{100}\times 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=300 \\ x+2y=500 \end{cases}$

$\therefore x=100, y=200$

따라서 합금 A, B의 양의 차는 $200-100=100$(g)

Ⅳ 일차함수

이 단원에서 공부해야 할 **필수 개념**

1 일차함수와 그 그래프

개념 01 함수의 뜻

개념 02 함숫값

개념 03 일차함수의 뜻

개념 04 일차함수 $y=ax$의 그래프

개념 05 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 평행이동

개념 06 일차함수의 그래프의 절편

개념 07 일차함수의 그래프의 기울기

개념 08 일차함수의 그래프 그리기

개념 09 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

개념 10 일차함수의 그래프의 평행과 일치

개념 11 일차함수의 식 구하기(1)

개념 12 일차함수의 식 구하기(2)

개념 13 일차함수의 활용

내신 도전

2 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 14 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

개념 15 일차방정식과 일차함수의 그래프

개념 16 축에 평행한 직선

개념 17 연립방정식의 해와 그래프

개념 18 연립방정식의 해의 개수와 두 직선의 위치 관계

내신 도전

대단원 평가

개념 01

함수의 뜻

(1) 변수: x, y와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자

예 $y=2x$에서 x의 값이 1, 2, 3, …으로 변함에 따라 y의 값은 2, 4, 6, …으로 변한다. 이와 같이 변하는 값을 나타내는 문자 x, y를 변수라 한다.

(2) **함수**: 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있을 때, y를 x의 함수라 한다.

➡ 기호 $y=f(x)$

예 $y=2x$는 $x=1, 2, 3, \cdots$일 때, $y=2, 4, 6, \cdots$이므로 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 각각 하나씩 정해지는 대응 관계가 성립한다. 따라서 $y=2x$는 함수이다.

함수의 뜻

두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있을 때, y를 x의 **함수**라 한다.

01 다음 표의 빈칸을 채우고, 함수인 것은 ○표, 함수가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) 자연수 x를 3배 한 값 y (○)

x	1	2	3	4	…
y	3	**6**	**9**	12	…

(2) 자연수 x의 약수 y (×)

x	1	2	3	4	…
y	1	1, 2	**1, 3**	**1, 2, 4**	…

(3) 1개에 200원 하는 지우개 x개의 가격 y원 (○)

x	1	2	3	4	…
y	200	**400**	600	**800**	…

(4) 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 y cm인 직사각형의 넓이 24 cm^2 (○)

x	1	2	3	4	…
y	**24**	12	**8**	6	…

(5) 자연수 x보다 작은 소수 y (×)

x	1	2	3	4	…
y	없다	**없다**	**2**	2, 3	…

(6) 정수 x의 절댓값 y (○)

x	…	−1	0	1	2	…
y	…	1	**0**	**1**	**2**	…

(7) 자연수 x를 2로 나누었을 때의 나머지 y (○)

x	1	2	3	4	…
y	1	**0**	**1**	**0**	…

정비례 관계식 구하기

① y가 x에 정비례할 때, 즉 $y=ax\,(a\neq0)$이면 y는 x의 **함수** 이다.

②

x	1	2	3	4	…
y	2	4	6	8	…

➡ x와 y 사이의 관계식: $y=$ **$2x$**

02 다음 표를 완성하고, x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

(1) 자연수 x를 $\frac{1}{2}$배 한 값 y

①

x	1	2	3	4	…
y	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	…

② 관계식: $y=\frac{1}{2}x$

(2) 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 5 cm인 직사각형의 넓이 y cm^2

①

x	1	2	3	4	…
y	5	10	15	20	…

② 관계식: $y=5x$

(3) 강아지 x마리의 다리의 개수 y개

①

x	1	2	3	4	…
y	4	8	12	16	…

② 관계식: $y=4x$

(4) 하루 동안 책 10쪽을 읽는 지원이가 x일 동안 읽은 쪽수 y쪽

①

x	1	2	3	4	…
y	10	20	30	40	…

② 관계식: $y=10x$

반비례 관계식 구하기

① y가 x에 반비례할 때, 즉 $y=\frac{a}{x}\,(a\neq0)$이면 y는 x의 **함수** 이다.

②

x	1	2	3	4	…
y	6	3	2	1	…

➡ x와 y 사이의 관계식: $y=$ **$\frac{6}{x}$**

03 다음 표를 완성하고, x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

(1) 240 L의 물을 담을 수 있는 물통에 매분 x L씩 물을 넣을 때, 가득 채우는 데 걸리는 시간 y분

①

x	1	2	3	4	…
y	240	120	80	60	…

② 관계식: $y=\frac{240}{x}$

(2) 180 g의 약을 x g씩 나눈 봉지의 개수 y개

①

x	1	2	3	4	…
y	180	90	60	45	…

② 관계식: $y=\frac{180}{x}$

(3) 넓이가 16 cm^{2}인 직사각형의 가로의 길이 x cm, 세로의 길이 y cm

①

x	1	2	3	4	…
y	16	8	$\frac{16}{3}$	4	…

② 관계식: $y=\frac{16}{x}$

개념 02

함숫값

(1) **함숫값**: 함수 $y=f(x)$에서 x의 값에 따라 하나로 정해지는 y의 값 $f(x)$를 x에 대한 함숫값이라 한다.

(2) $f(a)$의 값: 함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$에 $x=a$를 대입하여 얻은 값

예 $f(x)=3x$에서 $x=2$일 때의 함숫값은 $f(2)=3\times2=6$

함숫값

함수 $y=f(x)$에서

$f(a)$의 값 ➡ $x=a$일 때의 **함숫값**

➡ $f(x)$에 x에 대신 a를 대입하여 얻은 값

01 함수 $f(x)=3x$에 대하여 다음 함숫값을 구하시오.

(1) $f(1)$ **3**

(2) $f(2)$ **6**

(3) $f(0)$ **0**

(4) $f(-1)$ **-3**

(5) $f(-4)$ **-12**

(6) $f\left(\frac{1}{3}\right)$ **1**

(7) $f\left(-\frac{5}{6}\right)$ **$-\frac{5}{2}$**

(8) $f(-2)+f(3)$ **3**

$f(-2)=3\times(-2)=-6, f(3)=3\times3=9$

$\therefore f(-2)+f(3)=-6+9=3$

02 함수 $f(x)=\frac{6}{x}$에 대하여 다음 함숫값을 구하시오.

(1) $f(2)$ **3**

(2) $f(3)$ **2**

(3) $f(-1)$ **-6**

(4) $f(-6)$ **-1**

(5) $f(1)+f(6)$ **7**

$f(1)=\frac{6}{1}=6, f(6)=\frac{6}{6}=1$

$\therefore f(1)+f(6)=6+1=7$

03 함수 $y=f(x)$가 다음과 같을 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=-\frac{1}{2}x$ **-1**

(2) $f(x)=4x$ **8**

(3) $f(x)=\frac{4}{x}$ **2**

(4) $f(x)=3x+1$ **7**

$f(2)=3\times2+1=7$

함숫값이 주어진 경우 상수 구하기

함수 $f(x)=ax$에 대하여 $f(2)=4$일 때

$f(x)=ax \xrightarrow[\text{대입}]{x=\boxed{2}} f(\boxed{2})=a\times\boxed{2}=4 \Rightarrow a=\boxed{2}$

04 함수 $f(x)=ax$에 대하여 다음을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $f(2)=6$ **3**

$2a=6 \quad \therefore a=3$

(2) $f(-1)=3$ **-3**

$-a=3 \quad \therefore a=-3$

(3) $f\left(\frac{1}{2}\right)=-2$ **-4**

$\frac{1}{2}a=-2 \quad \therefore a=-4$

(4) $f(-3)=-15$ **5**

$-3a=-15 \quad \therefore a=5$

05 함수 $f(x)=ax$에 대하여 다음을 만족시키는 함숫값을 구하시오. (단, $a\neq0$)

(1) $f(-2)=6$일 때, $f(3)$의 값 **-9**

$-2a=6$에서 $a=-3 \quad \therefore f(3)=-3\times3=-9$

(2) $f(-3)=-12$일 때, $f(2)$의 값 **8**

$-3a=-12$에서 $a=4 \quad \therefore f(2)=4\times2=8$

(3) $f(2)=1$일 때, $f(5)$의 값 **$\frac{5}{2}$**

$2a=1$에서 $a=\frac{1}{2} \quad \therefore f(5)=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$

(4) $f(3)=-2$일 때, $f(-2)$의 값 **$\frac{4}{3}$**

$3a=-2$에서 $a=-\frac{2}{3} \quad \therefore f(-2)=-\frac{2}{3}\times(-2)=\frac{4}{3}$

06 함수 $f(x)=\frac{a}{x}$에 대하여 다음을 만족시키는 함숫값을 구하시오. (단, a는 상수)

(1) $f(2)=3$일 때, $f(1)$의 값 **6**

$\frac{a}{2}=3$에서 $a=6 \quad \therefore f(1)=\frac{6}{1}=6$

(2) $f(3)=-8$일 때, $f(6)$의 값 **-4**

$\frac{a}{3}=-8$에서 $a=-24 \quad \therefore f(6)=\frac{-24}{6}=-4$

(3) $f(-2)=6$일 때, $f(-3)$의 값 **4**

$\frac{a}{-2}=6$에서 $a=-12 \quad \therefore f(-3)=\frac{-12}{-3}=4$

(4) $f(-4)=-5$일 때, $f(10)$의 값 **2**

$\frac{a}{-4}=-5$에서 $a=20 \quad \therefore f(10)=\frac{20}{10}=2$

07 함수 $f(x)=3x-2$에 대하여 다음을 만족시키는 a의 값을 구하시오.

(1) $f(a)=7$ **3**

$f(a)=3a-2=7,\ 3a=9 \quad \therefore a=3$

(2) $f(a)=-8$ **-2**

$f(a)=3a-2=-8,\ 3a=-6 \quad \therefore a=-2$

(3) $f(a)=-1$ **$\frac{1}{3}$**

$f(a)=3a-2=-1,\ 3a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

개념 03

일차함수의 뜻

(1) **일차함수**: 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식

$$y=ax+b \text{ (단, } a, b\text{는 상수, } a\neq 0)$$

로 나타내어질 때, 이 함수를 x에 대한 일차함수라 한다.

예 함수 $y=2x+1$, $y=-3x+1$, $y=6x$는 모두 우변이 일차식이므로 일차함수이다.

참고
$a\neq 0$일 때,
① $ax+b$: 일차식
② $ax+b=0$: 일차방정식
③ $ax+b>0$: 일차부등식
④ $y=ax+b$: 일차함수

(2) 일차함수의 함숫값

일차함수 $y=f(x)$에 대하여 $x=a$일 때, y의 값 ➡ $f(a)$

예 일차함수 $f(x)=3x+1$에 대하여 $f(1)=3\times 1+1=4$, $f(-1)=3\times(-1)+1=-2$

일차함수의 뜻

함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식

$y=ax+b$ (단, a, b는 상수, $a\neq$ [0])

로 나타내어질 때, 이 함수를 x에 대한 [일차함수]라 한다.

01 다음 중 일차함수인 것은 ○표, 일차함수가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $y=2x$ (○)

(2) $y=-5$ (×)

(3) $y=x^2-1$ (×)

(4) $y=\dfrac{x+5}{4}$ (○)

(5) $y=\dfrac{3}{x}+5$ (×)

x와 y 사이의 관계를 나타내는 식

① 1000원짜리 샤프 x자루와 400원짜리 지우개 한 개의 값은 y원
($1000x$(원), 400×1(원))

➡ $y=$ [$1000x+400$] : 일차함수이다.

② 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이는 y cm^2

➡ $y=$ [x^2] : 일차함수가 아니다.

02 y를 x에 대한 식으로 나타내고, 일차함수인 것은 ○표, 일차함수가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) 둘레의 길이가 20 cm이고 가로의 길이가 x cm인 직사각형의 세로의 길이는 y cm이다.

➡ $y=10-x$

(○)

(2) 넓이가 20 cm^{2}이고 밑변의 길이가 x cm인 삼각형의 높이는 y cm이다.

➡ $y=\dfrac{40}{x}$

(×)

(3) 자동차가 시속 x km로 2시간 동안 달린 거리는 y km이다

➡ $y=2x$

(○)

일차함수의 함숫값 구하기

일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $x=p$일 때 함숫값 구하기

➡ $f(x)$에 $x=$ $\boxed{p}$ 를 대입한다.

➡ $f(p)=$ $\boxed{ap+b}$

03 일차함수 $f(x)=-2x+3$에 대하여 다음 함숫값을 구하시오.

(1) $f(1)$ **1**

(2) $f(0)$ **3**

(3) $f(-1)$ **5**

(4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ **2**

(5) $f(2)+f(3)$ **-4**

04 일차함수 $f(x)=\frac{1}{3}x-4$에 대하여 다음 함숫값을 구하시오.

(1) $f(3)$ **-3**

(2) $f(0)$ **-4**

(3) $f(-3)$ **-5**

(4) $f\left(-\frac{3}{5}\right)$ **$-\frac{21}{5}$**

05 일차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=5x-2$일 때, a의 값을 구하시오.

(1) $f(a)=-2$ **0**

$5a-2=-2$, $5a=0$ $\therefore a=0$

(2) $f(a)=13$ **3**

$5a-2=13$, $5a=15$ $\therefore a=3$

(3) $f(a)=-7$ **-1**

$5a-2=-7$, $5a=-5$ $\therefore a=-1$

(4) $f(a)=-12$ **-2**

$5a-2=-12$, $5a=-10$ $\therefore a=-2$

06 다음을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) 일차함수 $f(x)=ax+6$에 대하여 $f(2)=12$ **3**

$2a+6=12$, $2a=6$ $\therefore a=3$

(2) 일차함수 $f(x)=\frac{1}{3}x+a$에 대하여 $f(-6)=-5$ **7**

$\frac{1}{3}\times(-6)+a=5$ $\therefore a=7$

(3) 일차함수 $f(x)=-\frac{1}{2}x+a$에 대하여 $f(4)=-3$ **-1**

$-\frac{1}{2}\times4+a=-3$ $\therefore a=-1$

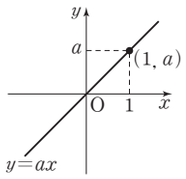
개념 04

일차함수 $y=ax$의 그래프

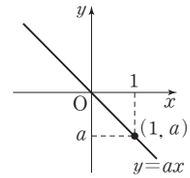
(1) 일차함수 $y=ax$의 그래프: 원점을 지나는 직선

(2) 일차함수 $y=ax$의 그래프의 성질

① $a>0$일 때: 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
제1사분면과 제3사분면을 지난다.
x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



② $a<0$일 때: 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.
제3사분면과 제4사분면을 지난다.
x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



참고 $y=ax(a\neq0)$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

$a>0$일 때, $y=ax$의 그래프의 성질

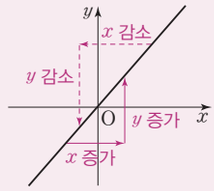
① 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

② 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

③ 원점 $(0,\ 0)$을 지난다.

④ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가 한다.

⑤ x의 값이 감소하면 y의 값도 감소 한다.



$a<0$일 때, $y=ax$의 그래프의 성질

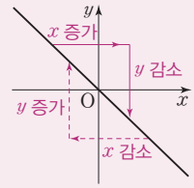
① 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

② 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

③ 원점 $(0,\ 0)$을 지난다.

④ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소 한다.

⑤ x의 값이 감소하면 y의 값은 증가 한다.



01 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) $y=3x$의 그래프는 원점을 지난다. (○)

(2) $y=\frac{1}{3}x$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다. (○)

(3) $y=5x$의 그래프는 제2사분면을 지난다. (×)

(4) $y=6x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. (○)

02 다음 중 옳은 것에 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

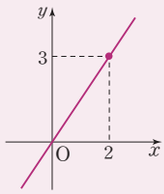
(1) $y=-x$의 그래프는 제2사분면을 지난다. (○)

(2) $y=-\frac{1}{3}x$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다. (×)

(3) $y=-5x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. (○)

(4) $y=-3x$의 그래프는 $y=-4x$의 그래프보다 y축에 더 가깝다. (×)

그래프를 보고 함수의 식 구하기



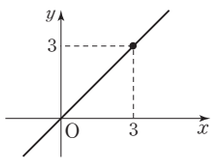
① 원점을 지나는 직선 ➡ $y=ax$

② 점 $(2, 3)$을 지나므로

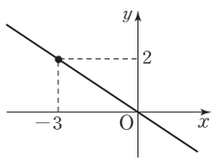
$x=$ 2 , $y=$ 3 대입 ➡ $a=\frac{3}{2}$

③ 함수의 식: $y=\frac{3}{2}x$

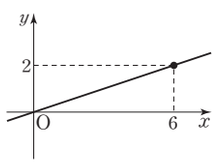
03 다음 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하시오.

(1) 

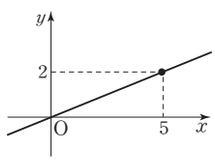
$y=x$

(2) 

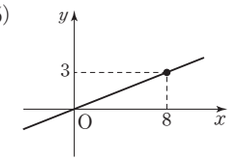
$y=-\frac{2}{3}x$

(3) 

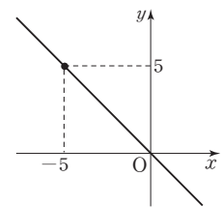
$y=\frac{1}{3}x$

(4) 

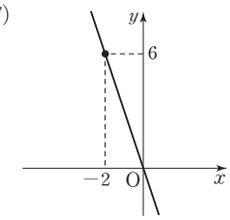
$y=\frac{2}{5}x$

(5) 

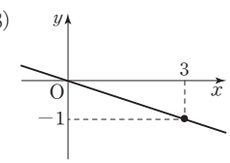
$y=\frac{3}{8}x$

(6) 

$y=-x$

(7) 

$y=-3x$

(8) 

$y=-\frac{1}{3}x$

개념 05

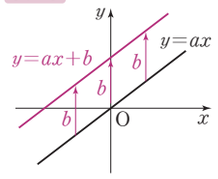
일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 평행이동

(1) **평행이동**: 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것

(2) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

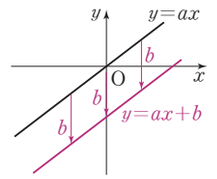
일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

$b>0$



➡ y축의 양의 방향으로 이동

$b<0$



➡ y축의 음의 방향으로 이동

예 ① $y=2x+3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선이다.

② $y=2x-3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선이다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프

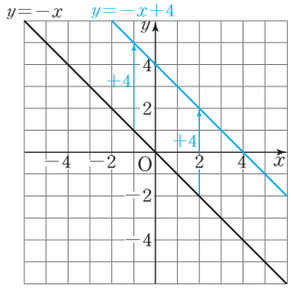
① 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라 한다.

② 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다.

01 다음은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그리는 과정이다. 표를 완성하고, 좌표평면 위에 그래프를 그리시오.

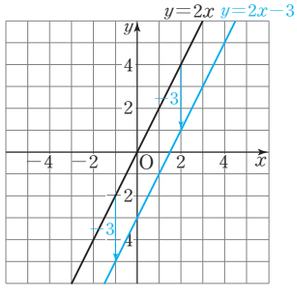
(1) $y=-x+4$

x	…	-2	-1	0	1	2	…
$y=-x$	…	2	1	0	-1	-2	…
$y=-x+4$	…	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	…



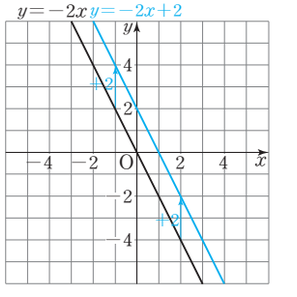
(2) $y=2x-3$

x	…	-2	-1	0	1	2	…
$y=2x$	…	-4	-2	0	2	4	…
$y=2x-3$	…	**-7**	**-5**	**-3**	**-1**	**1**	…



(3) $y=-2x+2$

x	…	-2	-1	0	1	2	…
$y=-2x$	…	4	2	0	-2	-4	…
$y=-2x+2$	…	**6**	**4**	**2**	**0**	**-2**	…



y축의 방향으로 b만큼 평행이동

$y=ax$의 그래프 $\xrightarrow[b\text{만큼 평행이동}]{y\text{축의 방향으로}}$ $y=ax+\boxed{b}$의 그래프

02 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=\frac{5}{6}x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=\frac{5}{6}x+2$ **2**

(2) $y=\frac{5}{6}x-3$ **-3**

(3) $y=\frac{5}{6}x+\frac{5}{6}$ **$\frac{5}{6}$**

(4) $y=\frac{5}{6}x-\frac{6}{5}$ **$-\frac{6}{5}$**

03 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{3}{8}x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=-\frac{3}{8}x+7$ **7**

(2) $y=-\frac{3}{8}x-6$ **-6**

(3) $y=-\frac{3}{8}x+\frac{8}{9}$ **$\frac{8}{9}$**

(4) $y=-\frac{3}{8}x-\frac{2}{3}$ **$-\frac{2}{3}$**

04 다음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=2x$ [1] **$y=2x+1$**

(2) $y=5x$ [2] **$y=5x+2$**

(3) $y=\frac{1}{3}x$ [-5] **$y=\frac{1}{3}x-5$**

(4) $y=-4x$ [7] **$y=-4x+7$**

(5) $y=-2x$ [8] **$y=-2x+8$**

(6) $y=-\frac{1}{2}x$ $\left[-\frac{1}{3}\right]$ **$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}$**

(7) $y=-x+1$ [9] **$y=-x+10$**

(8) $y=-\frac{3}{4}x-1$ [-2] **$y=-\frac{3}{4}x-3$**

개념 06

일차함수의 그래프의 절편

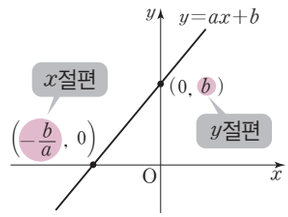
(1) **x절편**: 함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 ➡ $y=0$일 때, x의 값

(2) **y절편**: 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표 ➡ $x=0$일 때, y의 값

예 일차함수 $y=2x-2$의 그래프에서

① $y=0$을 대입하면 $0=2x-2$, $x=1$ ➡ x절편: 1

② $x=0$을 대입하면 $y=0-2=-2$ ➡ y절편: -2



일차함수의 그래프에서 x절편, y절편 구하기

① x절편: 함수의 그래프가 [x] 축과 만나는 점의 x좌표

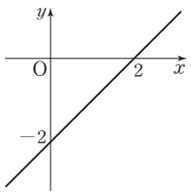
➡ $y=$ [0] 일 때의 [x] 의 값

② y절편: 함수의 그래프가 [y] 축과 만나는 점의 y좌표

➡ $x=$ [0] 일 때의 [y] 의 값

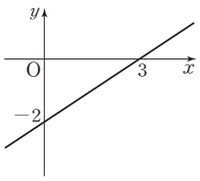
01 다음 일차함수의 그래프의 그래프를 보고 x절편과 y절편을 각각 구하시오.

(1)



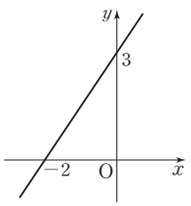
➡ x절편: 2, y절편: -2

(2)



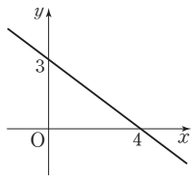
➡ x절편: 3, y절편: -2

(3)



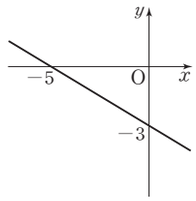
➡ x절편: -2, y절편: 3

(4)



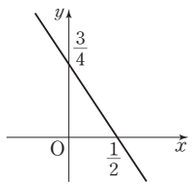
➡ x절편: 4, y절편: 3

(5)



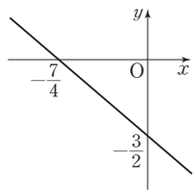
➡ x절편: -5, y절편: -3

(6)



➡ x절편: $\frac{1}{2}$, y절편: $\frac{3}{4}$

(7)



➡ x절편: $-\frac{7}{4}$, y절편: $-\frac{3}{2}$

일차함수의 식에서 x절편, y절편 구하기

일차함수 $y=ax+b$에서

① x절편: $y=$ **0** 일 때, 즉 $ax+b=0$에서 $x=$ $\boxed{-\frac{b}{a}}$

② y절편: $x=$ **0** 일 때, $y=$ $\boxed{b}$

02 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하시오.

(1) $y=3x-6$

➡ x절편: **2**, y절편: **-6**

(2) $y=6x-2$

➡ x절편: **$\frac{1}{3}$**, y절편: **-2**

(3) $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

➡ x절편: **$-\frac{1}{3}$**, y절편: **$\frac{1}{4}$**

(4) $y=-\frac{1}{2}x+1$

➡ x절편: **2**, y절편: **1**

(5) $y=-\frac{3}{2}x-6$

➡ x절편: **-4**, y절편: **-6**

(6) $y=2-x$

➡ x절편: **2**, y절편: **2**

x절편과 y절편을 이용하여 상수 구하기

일차함수 $y=f(x)$의 그래프에서

① x절편이 m ➡ $x=$ $\boxed{m}$, $y=$ **0** 을 $y=f(x)$에 대입

② y절편이 n ➡ $x=$ **0**, $y=$ $\boxed{n}$ 을 $y=f(x)$에 대입

03 다음 조건을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $y=2x+a$의 그래프의 x절편이 1 **-2**

$x=1$, $y=0$을 대입하면 $0=2+a$ $\therefore a=-2$

(2) $y=3x+a$의 그래프의 y절편이 4 **4**

(3) $y=\frac{4}{3}x+a$의 그래프의 x절편이 6 **-8**

$x=6$, $y=0$을 대입하면 $0=\frac{4}{3}\times6+a$ $\therefore a=-8$

(4) $y=\frac{1}{2}x+a$의 그래프의 y절편이 $\frac{2}{3}$ **$\frac{2}{3}$**

(5) $y=ax+2$의 그래프의 x절편이 1 **-2**

$x=1$, $y=0$을 대입하면 $0=a+2$ $\therefore a=-2$

(6) $y=ax-6$의 그래프의 x절편이 -9 **$-\frac{2}{3}$**

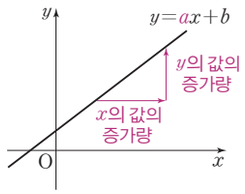
$x=-9$, $y=0$을 대입하면 $0=-9a-6$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

개념 07

일차함수의 그래프의 기울기

(1) **기울기**: 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율 a, 즉

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$$



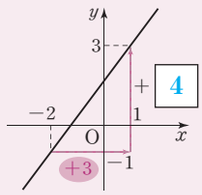
예 일차함수 $y=5x+4$의 그래프에서 기울기는 5이다.

(2) 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기

서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 일차함수의 그래프에서

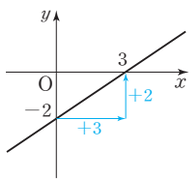
$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} \text{ 또는 } \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ (단, } x\neq x_2)$$

일차함수의 그래프에서 기울기 구하기

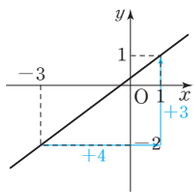


➡ $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{4}{3}$

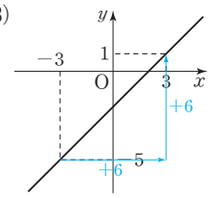
01 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) 

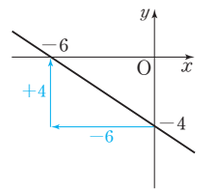
➡ 기울기: $\frac{2}{3}$

(2) 

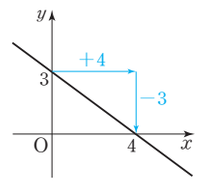
➡ 기울기: $\frac{3}{4}$

(3) 

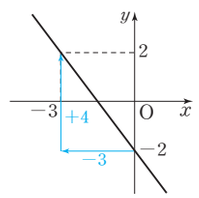
➡ 기울기: 1

(4) 

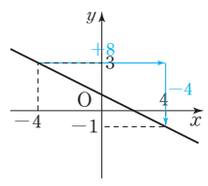
➡ 기울기: $-\frac{2}{3}$

(5) 

➡ 기울기: $-\frac{3}{4}$

(6) 

➡ 기울기: $-\frac{4}{3}$

(7) 

➡ 기울기: $-\frac{1}{2}$

기울기, y의 값의 증가량 구하기

① 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 $\boxed{x}$의 계수 $\boxed{a}$와 같다.

② 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 y의 값의 증가량을 구하려면

$(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\boxed{a}$임을 이용한다.

02 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $y=3x+\dfrac{1}{2}$ ➡ 기울기: **3**

(2) $y=\dfrac{1}{2}x+3$ ➡ 기울기: **$\dfrac{1}{2}$**

(3) $y=-4x+2$ ➡ 기울기: **-4**

(4) $y=-\dfrac{2}{3}x-2$ ➡ 기울기: **$-\dfrac{2}{3}$**

03 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $y=x$에서 x의 값의 증가량이 3일 때

➡ y의 값의 증가량: $\boxed{3}$

(2) $y=\dfrac{3}{5}x+4$에서 x의 값의 증가량이 5일 때

➡ y의 값의 증가량: $\boxed{3}$

(3) $y=-x$에서 x의 값의 증가량이 -2일 때

➡ y의 값의 증가량: $\boxed{2}$

(4) $y=-2x-3$에서 x의 값의 증가량이 -1일 때

➡ y의 값의 증가량: $\boxed{2}$

두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{\boxed{y_2}-\boxed{y_1}}{x_2-x_1}$ 또는 $\dfrac{\boxed{y_1}-\boxed{y_2}}{x_1-x_2}$이다.

04 다음 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $(2, 0)$, $(0, -5)$ **$\dfrac{5}{2}$**

$\dfrac{-5-0}{0-2}=\dfrac{5}{2}$

(2) $(2, -1)$, $(10, 7)$ **1**

$\dfrac{7-(-1)}{10-2}=\dfrac{8}{8}=1$

(3) $(-3, 2)$, $(1, 10)$ **2**

$\dfrac{10-2}{1-(-3)}=\dfrac{8}{4}=2$

(4) $(-1, 3)$, $(-3, 6)$ **$-\dfrac{3}{2}$**

$\dfrac{6-3}{-3-(-1)}=\dfrac{3}{-2}=-\dfrac{3}{2}$

(5) $(3, -1)$, $(-1, 3)$ **-1**

$\dfrac{3-(-1)}{-1-3}=\dfrac{4}{-4}=-1$

(6) $(-2, -3)$, $(-3, -2)$ **-1**

$\dfrac{-2-(-3)}{-3-(-2)}=\dfrac{1}{-1}=-1$

개념 08

일차함수의 그래프 그리기

(1) 두 점을 이용하여 그래프 그리기
① 일차함수의 그래프가 지나는 두 점을 찾아 좌표평면 위에 나타낸다.
② 두 점을 직선으로 연결한다.

(2) x절편과 y절편을 이용하여 그래프 그리기
① x절편과 y절편을 각각 구한다.
② 두 점 (x절편, 0), (0, y절편)을 좌표평면 위에 나타내고, 이 두 점을 직선으로 연결한다.

(3) 기울기와 y절편을 이용하여 그래프 그리기
① 좌표평면 위에 점 (0, y절편)을 나타낸다.
② 기울기를 이용하여 다른 한 점을 찾아 좌표평면 위에 나타내고, 두 점을 직선으로 연결한다.

두 점을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

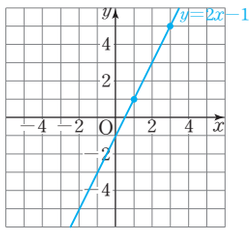
일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그릴 때는 그래프가 지나는 두 점을 찾아 [직선]으로 연결한다.

01 다음 일차함수의 그래프가 지나는 두 점의 좌표를 구하고, 이를 이용하여 그 그래프를 그리시오.

(1) $y=2x-1$

➡ $x=1$일 때 $y=$ [1], $x=3$일 때 $y=$ [5]

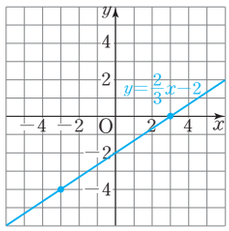
➡ 두 점 (1, [1]), (3, [5])를 지난다.



(2) $y=\frac{2}{3}x-2$

➡ $x=3$일 때 $y=$ [0], $x=-3$일 때 $y=$ [−4]

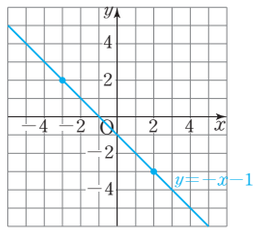
➡ 두 점 (3, [0]), (−3, [−4])를 지난다.



(3) $y=-x-1$

➡ $x=-3$일 때 $y=$ [2], $x=2$일 때 $y=$ [−3]

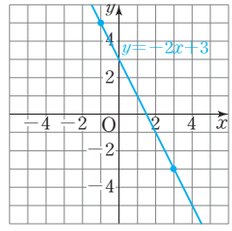
➡ 두 점 (−3, [2]), (2, [−3])을 지난다.



(4) $y=-2x+3$

➡ $x=-1$일 때 $y=$ [5], $x=3$일 때 $y=$ [−3]

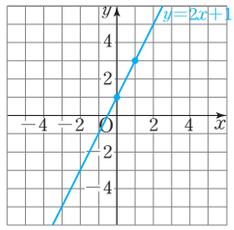
➡ 두 점 (−1, [5]), (3, [−3])을 지난다.



02 다음 일차함수의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 그리시오.

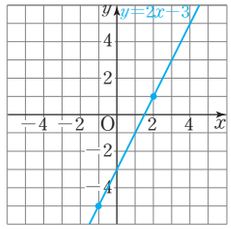
(1) $y=2x+1$

두 점 $(0, 1)$, $(1, 3)$을 지난다.



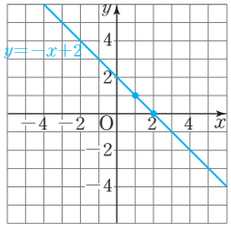
(2) $y=2x-3$

두 점 $(-1, -5)$, $(2, 1)$을 지난다.



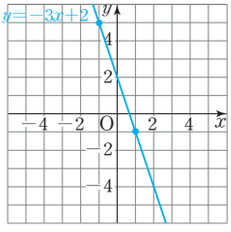
(3) $y=-x+2$

두 점 $(1, 1)$, $(2, 0)$을 지난다.



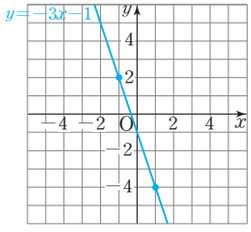
(4) $y=-3x+2$

두 점 $(-1, 5)$, $(1, -1)$을 지난다.



(5) $y=-3x-1$

두 점 $(-1, 2)$, $(1, -4)$를 지난다.

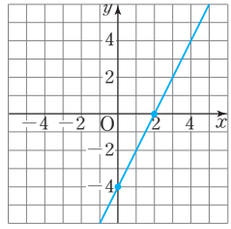


x절편, y절편을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

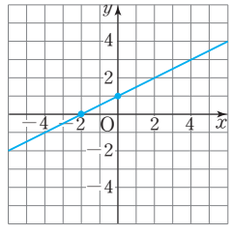
x절편 m, y절편 n인 일차함수의 그래프는 두 점 ($\boxed{m}$, 0), (0, $\boxed{n}$)을 지난다.

03 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편이 각각 다음과 같을 때, 그 그래프를 그리시오.

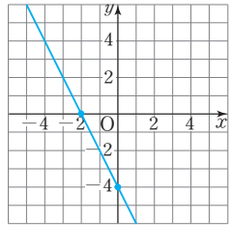
(1) $\begin{cases} x\text{절편: } 2 \\ y\text{절편: } -4 \end{cases}$



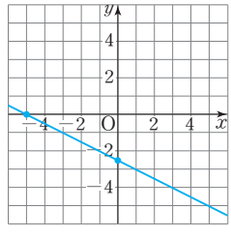
(2) $\begin{cases} x\text{절편: } -2 \\ y\text{절편: } 1 \end{cases}$



(3) $\begin{cases} x\text{절편: } -2 \\ y\text{절편: } -4 \end{cases}$



(4) $\begin{cases} x\text{절편: } -5 \\ y\text{절편: } -\frac{5}{2} \end{cases}$



x절편, y절편을 구하여 일차함수의 그래프 그리기

$y=ax+b$에

① $y=0$을 대입 ➡ x절편: $x=$ $\boxed{-\frac{b}{a}}$

➡ 점 $\left(\boxed{-\frac{b}{a}}, 0\right)$을 지난다.

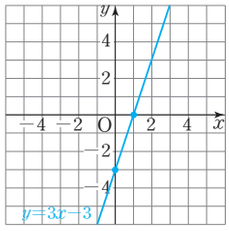
② $x=0$을 대입 ➡ y절편: $\boxed{b}$

➡ 점 $(0, \boxed{b})$를 지난다.

04 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하고, 이를 이용하여 그 그래프를 그리시오.

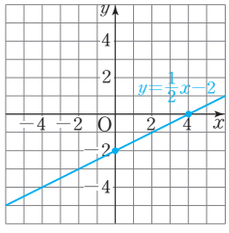
(1) $y=3x-3$

➡ $\begin{cases} x\text{절편: } 1 \\ y\text{절편: } -3 \end{cases}$



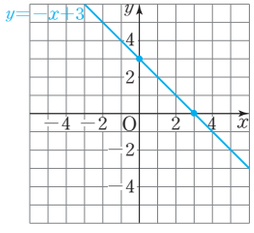
(2) $y=\frac{1}{2}x-2$

➡ $\begin{cases} x\text{절편: } 4 \\ y\text{절편: } -2 \end{cases}$



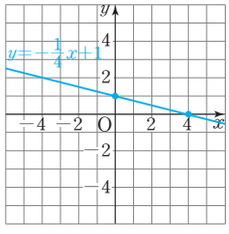
(3) $y=-x+3$

➡ $\begin{cases} x\text{절편: } 3 \\ y\text{절편: } 3 \end{cases}$



(4) $y=-\frac{1}{4}x+1$

➡ $\begin{cases} x\text{절편: } 4 \\ y\text{절편: } 1 \end{cases}$



기울기, y절편을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

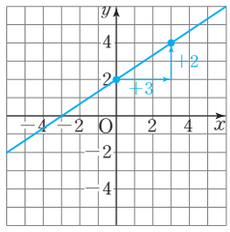
① 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 $\boxed{a}$이고, y절편은 $\boxed{b}$이다.

② 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 점 $(0, \boxed{b})$를 지나고, 그 점으로부터 x의 값이 1만큼, y의 값이 $\boxed{a}$만큼 이동한 점을 지나는 직선이다.

05 기울기와 y절편이 각각 다음과 같은 일차함수의 그래프를 그리시오.

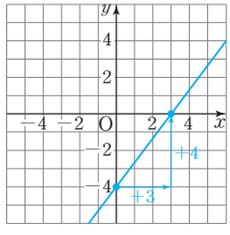
(1) 기울기: $\frac{2}{3}$, y절편: 2

➡ 점 $(0, \boxed{2})$ $\xrightarrow[y\text{의 값이 } \boxed{2} \text{만큼 증가}]{x\text{의 값이 3만큼 증가}}$ 점 $(\boxed{3}, \boxed{4})$



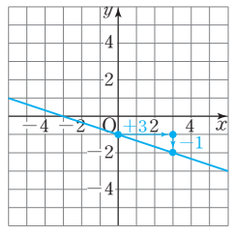
(2) 기울기: $\frac{4}{3}$, y절편: -4

➡ 점 $(0, \boxed{-4})$ $\xrightarrow[y\text{의 값이 } \boxed{4} \text{만큼 증가}]{x\text{의 값이 3만큼 증가}}$ 점 $(\boxed{3}, \boxed{0})$



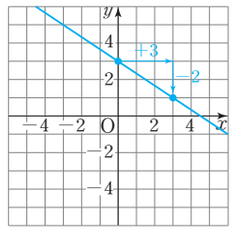
(3) 기울기: $-\frac{1}{3}$, y절편: -1

➡ 점 $(0, \boxed{-1})$ —(x의 값이 3만큼 증가, y의 값이 $\boxed{1}$만큼 감소)→ 점 $(\boxed{3}, \boxed{-2})$



(4) 기울기: $-\frac{2}{3}$, y절편: 3

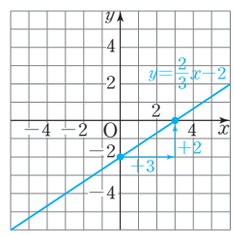
➡ 점 $(0, \boxed{3})$ —(x의 값이 3만큼 증가, y의 값이 $\boxed{2}$만큼 감소)→ 점 $(\boxed{3}, \boxed{1})$



06 다음 일차함수의 기울기와 y절편을 각각 구하고, 이를 이용하여 그 그래프를 그리시오.

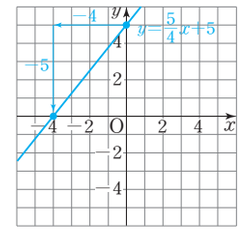
(1) $y=\frac{2}{3}x-2$

➡ 기울기: $\frac{2}{3}$, y절편: -2



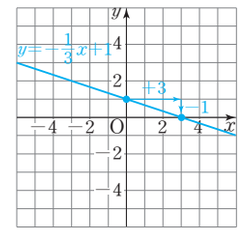
(2) $y=\frac{5}{4}x+5$

➡ 기울기: $\frac{5}{4}$, y절편: 5



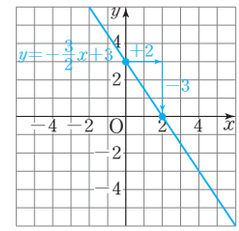
(3) $y=-\frac{1}{3}x+1$

➡ 기울기: $-\frac{1}{3}$, y절편: 1



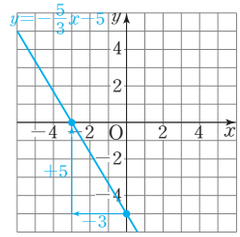
(4) $y=-\frac{3}{2}x+3$

➡ 기울기: $-\frac{3}{2}$, y절편: 3



(5) $y=-\frac{5}{3}x-5$

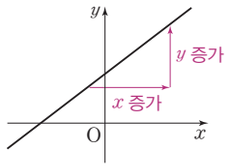
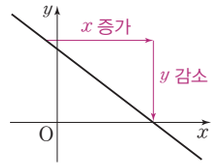
➡ 기울기: $-\frac{5}{3}$, y절편: -5



개념 09

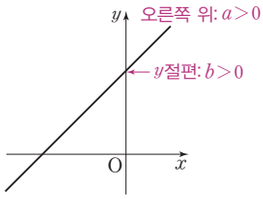
일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

(1) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

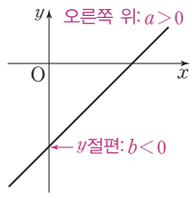
	$a>0$	$a<0$
그래프		
그래프의 모양	오른쪽 위로 향하는 직선	오른쪽 아래로 향하는 직선
증가·감소	x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.	x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
기울기	a의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가까워진다.	

(2) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 모양

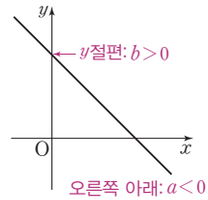
① $a>0$, $b>0$



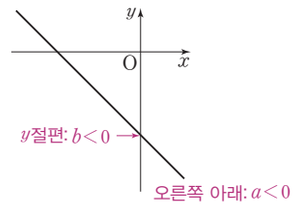
② $a>0$, $b<0$



③ $a<0$, $b>0$



④ $a<0$, $b<0$



일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

① $a>0$일 때,

(i) 오른쪽 [위]로 향하는 직선이다.

(ii) x의 값이 증가하면 y의 값이 [증가]한다.

② $a<0$일 때,

(i) 오른쪽 [아래]로 향하는 직선이다.

(ii) x의 값이 증가하면 y의 값이 [감소]한다.

01 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하고, 알맞은 것에 ○표 하시오.

(1) $y=6x+4$

① 기울기: 6

➡ 오른쪽 ((위), 아래)로 향하는 직선이다.

② x의 값이 증가하면 y의 값이 ((증가), 감소)한다.

(2) $y=2x-7$

① 기울기: 2

➡ 오른쪽 ((위), 아래)로 향하는 직선이다.

② x의 값이 감소하면 y의 값이 (증가, (감소))한다.

(3) $y=-5x+12$

① 기울기: -5

➡ 오른쪽 (위, (아래))로 향하는 직선이다.

② x의 값이 증가하면 y의 값이 (증가, (감소))한다.

(4) $y=-\frac{1}{2}x-6$

① 기울기: $-\frac{1}{2}$

➡ 오른쪽 (위, (아래))로 향하는 직선이다.

② x의 값이 감소하면 y의 값이 ((증가), 감소)한다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 a, b의 부호

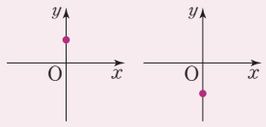
① 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기 $\boxed{a}$의 부호는 그래프의 모양을 결정하고, y절편 $\boxed{b}$의 부호는 그래프가 y축과 만나는 부분의 위치를 결정한다.

② 그래프의 모양



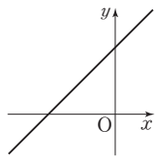
$a\boxed{>}0$ $a\boxed{<}0$

③ y절편의 위치



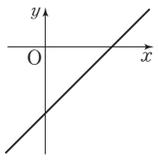
$b\boxed{>}0$ $b\boxed{<}0$

02 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b의 부호를 각각 정하시오.

(1) 

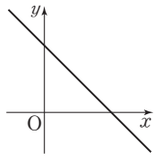
➡ 기울기가 ((양수), 음수)
➡ y절편이 ((양수), 음수)

➡ a (>) 0
➡ b (>) 0

(2) 

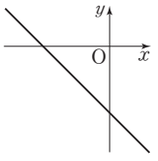
➡ 기울기가 ((양수), 음수)
➡ y절편이 (양수, (음수))

➡ a (>) 0
➡ b (<) 0

(3) 

➡ 기울기가 (양수, (음수))
➡ y절편이 ((양수), 음수)

➡ a (<) 0
➡ b (>) 0

(4) 

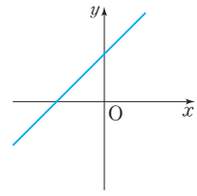
➡ 기울기가 (양수, (음수))
➡ y절편이 (양수, (음수))

➡ a (<) 0
➡ b (<) 0

03 상수 a, b의 부호가 각각 다음과 같을 때, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 모양을 좌표평면 위에 그리고, 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하시오.

(1) $a>0$, $b>0$

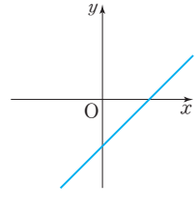
➡ 기울기가 ((양수), 음수)
➡ y절편이 ((양수), 음수)



➡ 제1, 2, 3사분면

(2) $a>0$, $b<0$

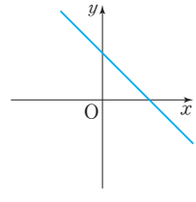
➡ 기울기가 ((양수), 음수)
➡ y절편이 (양수, (음수))



➡ 제1, 3, 4사분면

(3) $a<0$, $b>0$

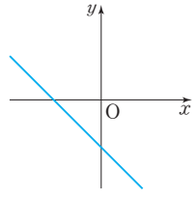
➡ 기울기가 (양수, (음수))
➡ y절편이 ((양수), 음수)



➡ 제1, 2, 4사분면

(4) $a<0$, $b<0$

➡ 기울기가 (양수, (음수))
➡ y절편이 (양수, (음수))



➡ 제2, 3, 4사분면

개념 10

일차함수의 그래프의 평행과 일치

(1) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프

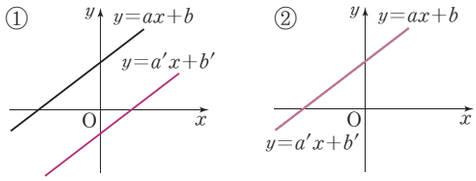
두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=a'x+b'$에 대하여

① 기울기가 같고, y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 평행하다.

즉, $a=a'$, $b\neq b'$ ➡ 평행

② 기울기가 같고, y절편이 같은 두 일차함수의 그래프는 일치한다.

즉, $a=a'$, $b=b'$ ➡ 일치



(2) 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 서로 같다.

참고 기울기가 다른 두 일차함수의 그래프는 한 점에서 만난다.

일차함수의 그래프의 평행과 일치

① 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프

➡ **평행**하다.

② 기울기가 같고 y절편도 같은 두 일차함수의 그래프

➡ **일치**한다.

01 다음 두 일차함수의 그래프가 평행한지, 일치하는지를 말하시오.

(1) $y=-5x+7$, $y=-5\left(x-\frac{7}{5}\right)$ **일치**

(2) $y=\frac{4}{7}x+\frac{1}{2}$, $y=4\left(\frac{1}{7}x+\frac{1}{8}\right)$ **일치**

(3) $y=8x-12$, $y=8x-4$ **평행**

(4) $y=-\frac{5}{3}x+\frac{3}{2}$, $y=-\frac{5}{3}x+5$ **평행**

(5) $y=-\frac{1}{11}x-\frac{3}{11}$, $y=-\frac{1}{11}-\frac{1}{11}x$ **평행**

02 다음 보기의 일차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하시오.

보기

㉠ $y=3x-2$ ㉡ $y=-2x+1$

㉢ $y=\frac{4}{3}x-2$ ㉣ $y=2x+3$

㉤ $y=\frac{4}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)$ ㉥ $y=-2x-5$

(1) 일치하는 것끼리 짝지으시오. **㉢과 ㉤**

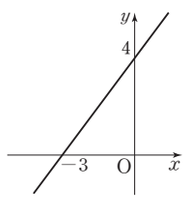
㉤ $y=\frac{4}{3}x-2$

(2) 서로 평행한 것끼리 짝지으시오. **㉡과 ㉥**

(3) 오른쪽 그림과 같은 그래프와 평행한 것을 모두 찾으시오. **㉢, ㉤**

두 점 $(0, 4)$, $(-3, 0)$을 지나므로

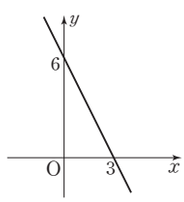
(기울기) $=\frac{0-4}{-3-0}=\frac{4}{3}$, ($y$절편) $=4$



(4) 오른쪽 그림과 같은 그래프와 평행한 것을 모두 찾으시오. **㉡, ㉥**

두 점 $(0, 6)$, $(3, 0)$을 지나므로

(기울기) $=\frac{0-6}{3-0}=-2$, (y절편) $=6$



두 일차함수의 그래프의 평행과 일치 조건

두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=a'x+b'$에 대하여

① 평행 ➡ $a=a'$, $b\boxed{\neq}b'$ ② 일치 ➡ $a=a'$, $b\boxed{=}b'$

03 다음 두 일차함수의 그래프가 평행할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $y=ax+3$, $y=3x+5$ **3**

(2) $y=ax-6$, $y=7x-2$ **7**

(3) $y=\frac{x}{3}+\frac{2}{3}$, $y=\frac{1}{3}(ax+4)$ **1**

(4) $y=4x-1$, $y=-ax+3$ **−4**

04 다음 두 일차함수의 그래프가 일치할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $y=2x+a$, $y=2x+5$ **5**

(2) $y=\frac{1}{5}x+\frac{6}{7}$, $y=\frac{1}{5}x+a$ **$\frac{6}{7}$**

(3) $y=-\frac{2}{13}-5x$, $y=ax-\frac{2}{13}$ **−5**

(4) $y=-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$, $y=\frac{1}{3}(1-ax)$ **4**

05 다음 두 일차함수의 그래프에 대하여 상수 a, b의 조건을 구하시오.

(1) $y=ax-5$, $y=-\frac{1}{2}x+b$

평행할 조건: **$a=-\frac{1}{2}$, $b\neq-5$**

일치할 조건: **$a=-\frac{1}{2}$, $b=-5$**

(2) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{5}$, $y=ax+b$

평행할 조건: **$a=-\frac{3}{2}$, $b\neq\frac{2}{5}$**

일치할 조건: **$a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{2}{5}$**

(3) $y=ax-3$, $y=\frac{1}{4}x+b$

평행할 조건: **$a=\frac{1}{4}$, $b\neq-3$**

일치할 조건: **$a=\frac{1}{4}$, $b=-3$**

(4) $y=\frac{a}{2}x+5$, $y=-3x+2b$

평행할 조건: **$a=-6$, $b\neq\frac{5}{2}$**

일치할 조건: **$a=-6$, $b=\frac{5}{2}$**

개념 11

일차함수의 식 구하기(1)

(1) 기울기와 y절편이 주어진 경우

기울기가 a이고, y절편이 b인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=ax+b$이다.

$y=ax+b$ (기울기 a, y절편 b)

(2) 기울기와 한 점이 주어진 경우

기울기가 a이고, 한 점 (x_1, y_1)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음 순서로 구한다.

❶ 기울기가 a이므로 $y=ax+b$로 놓는다.

❷ $x=x_1$, $y=y_1$을 $y=ax+b$에 대입하여 b의 값을 구한다.

기울기와 y절편이 주어진 경우의 일차함수의 식

기울기가 a이고, y절편이 b인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $\boxed{y=ax+b}$이다.

01 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 5이고, y절편이 -3인 직선

$y=5x-3$

(2) 기울기가 -1이고, y절편이 3인 직선

$y=-x+3$

(3) 기울기가 $\frac{1}{2}$이고, y절편이 $\frac{2}{3}$인 직선

$y=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$

(4) 기울기가 $\frac{3}{5}$이고, y절편이 $-\frac{1}{2}$인 직선

$y=\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}$

(5) 기울기가 $-\frac{7}{8}$이고, y절편이 $-\frac{2}{7}$인 직선

$y=-\frac{7}{8}x-\frac{2}{7}$

02 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 3이고, y절편이 $\frac{1}{3}$인 직선

$y=3x+\frac{1}{3}$

(2) x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 $\frac{3}{2}$이고, y절편이 -5인 직선

$y=\frac{3}{2}x-5$

(3) x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값이 1만큼 증가하고, y절편이 6인 직선

$y=\frac{1}{3}x+6$

(4) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 6만큼 증가하고, y절편이 5인 직선 $y=3x+5$

(5) x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값이 2만큼 감소하고, y절편이 -5인 직선

$y=-\frac{2}{3}x-5$

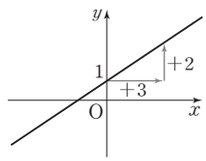
03 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프와 평행하고, y절편이 4인 직선 $\boldsymbol{y=-2x+4}$

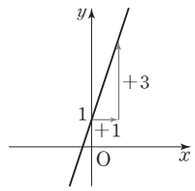
(2) $y=5x$의 그래프와 평행하고, y절편이 -3인 직선 $\boldsymbol{y=5x-3}$

(3) $y=-\frac{4}{5}x$의 그래프와 평행하고, y절편이 $-\frac{2}{9}$인 직선 $\boldsymbol{y=-\frac{4}{5}x-\frac{2}{9}}$

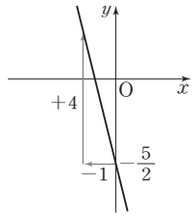
04 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 

$\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x+1}$

(2) 

$\boldsymbol{y=3x+1}$

(3) 

$\boldsymbol{y=-4x-\frac{5}{2}}$

기울기와 한 점이 주어진 경우의 일차함수의 식

기울기가 a이고 한 점 $(p,\ q)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음 순서로 구한다.

❶ $y=\boxed{a}x+b$로 놓는다.

❷ $x=\boxed{p}$, $y=\boxed{q}$를 대입하여 b의 값을 구한다.

05 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 1이고, 점 $(1, 3)$을 지나는 직선 $\boldsymbol{y=x+2}$

$y=x+b$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면 $b=2$
$\therefore y=x+2$

(2) 기울기가 -2이고, 점 $(3, 4)$를 지나는 직선 $\boldsymbol{y=-2x+10}$

$y=-2x+b$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면 $b=10$
$\therefore y=-2x+10$

(3) $y=-\frac{3}{2}x$의 그래프와 평행하고, 점 $(4, -1)$을 지나는 직선 $\boldsymbol{y=-\frac{3}{2}x+5}$

$y=-\frac{3}{2}x+b$에 $x=4$, $y=-1$을 대입하면 $b=5$
$\therefore y=-\frac{3}{2}x+5$

(4) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 1만큼 증가하고, 점 $(3, 1)$을 지나는 직선 $\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}$

$y=\frac{1}{2}x+b$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면 $b=-\frac{1}{2}$
$\therefore y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

(5) x의 값이 5만큼 증가할 때 y의 값이 3만큼 감소하고, 점 $(10, 1)$을 지나는 직선 $\boldsymbol{y=-\frac{3}{5}x+7}$

$y=-\frac{3}{5}x+b$에 $x=10$, $y=1$을 대입하면 $b=7$
$\therefore y=-\frac{3}{5}x+7$

(6) 기울기가 2이고, x절편이 -1인 직선 $\boldsymbol{y=2x+2}$

$y=2x+b$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면 $b=2$
$\therefore y=2x+2$

개념 12

일차함수의 식 구하기(2)

(1) 서로 다른 두 점이 주어진 경우

서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음 순서로 구한다.

❶ 기울기를 구한다. ➡ $a=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 또는 $a=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

❷ 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 놓는다.

❸ $y=ax+b$에 두 점 중 한 점의 좌표를 대입하여 y절편 b의 값을 구한다.

참고 $y=ax+b$로 놓고 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 푸는 방법도 있다.

(2) x절편, y절편이 주어진 경우

x절편이 m, y절편이 n인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음 순서로 구한다.

❶ 두 점 $(m, 0)$, $(0, n)$을 지나는 직선의 기울기를 구한다.

➡ (기울기)$=\dfrac{0-n}{m-0}=-\dfrac{n}{m}$

❷ 기울기가 $-\dfrac{n}{m}$이고 y절편이 n이므로 일차함수의 식은 $y=-\dfrac{n}{m}x+n$

서로 다른 두 점이 주어진 경우의 일차함수의 식

① 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기

➡ $a=\dfrac{\boxed{y_2}-\boxed{y_1}}{x_2-x_1}$ 또는 $a=\dfrac{\boxed{y_1}-\boxed{y_2}}{x_1-x_2}$

② 두 점의 좌표를 이용하여 기울기 $\boxed{a}$를 구한 후, 일차함수의 식을 $y=\boxed{a}x+b$로 놓고 한 점의 좌표를 대입하여 y절편 b의 값을 구한다.

01 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 두 점 $(1, 2)$, $(2, 3)$을 지나는 직선

$y=x+1$

(기울기)$=\dfrac{3-2}{2-1}=1$

$y=x+b$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 $b=1$

$\therefore y=x+1$

(2) 두 점 $(-1, 4)$, $(1, 8)$을 지나는 직선

$y=2x+6$

(기울기)$=\dfrac{8-4}{1-(-1)}=\dfrac{4}{2}=2$

$y=2x+b$에 $x=-1$, $y=4$를 대입하면 $b=6$

$\therefore y=2x+6$

(3) 두 점 $(-5, 13)$, $(-2, 4)$를 지나는 직선

$y=-3x-2$

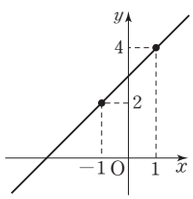
(기울기)$=\dfrac{4-13}{-2-(-5)}=\dfrac{-9}{3}=-3$

$y=-3x+b$에 $x=-2$, $y=4$를 대입하면 $b=-2$

$\therefore y=-3x-2$

02 다음 그림과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1)



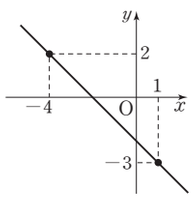
$y=x+3$

(기울기)$=\dfrac{4-2}{1-(-1)}=1$

$y=x+b$에 $x=1$, $y=4$를 대입하면 $b=3$

$\therefore y=x+3$

(2)



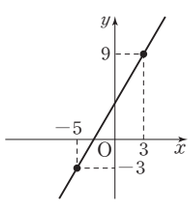
$y=-x-2$

(기울기)$=\dfrac{-3-2}{1-(-4)}=-1$

$y=-x+b$에 $x=1$, $y=-3$을 대입하면 $b=-2$

$\therefore y=-x-2$

(3)



$y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{2}$

(기울기)$=\dfrac{9-(-3)}{3-(-5)}=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2}$

$y=\dfrac{3}{2}x+b$에 $x=3$, $y=9$를 대입하면 $b=\dfrac{9}{2}$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{2}$

x 절편과 y 절편이 주어진 경우의 일차함수의 식

① x절편이 m이고 y절편이 n인 직선은 두 점 ($\boxed{m}$, 0), (0, $\boxed{n}$)을 지난다.

② x절편이 m이고 y절편이 n인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\boxed{-\frac{n}{m}x+n}$ 이다.

03 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) x절편이 3, y절편이 -3인 직선 $y=x-3$

(기울기) $=\frac{-3-0}{0-3}=1$

(2) x절편이 2, y절편이 -6인 직선 $y=3x-6$

(기울기) $=\frac{-6-0}{0-2}=3$

(3) x절편이 2, y절편이 -5인 직선 $y=\frac{5}{2}x-5$

(기울기) $=\frac{-5-0}{0-2}=\frac{5}{2}$

(4) x절편이 -4, y절편이 6인 직선 $y=\frac{3}{2}x+6$

(기울기) $=\frac{6-0}{0-(-4)}=\frac{3}{2}$

(5) x절편이 -3, y절편이 -4인 직선 $y=-\frac{4}{3}x-4$

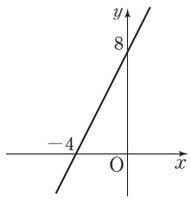
(기울기) $=\frac{-4-0}{0-(-3)}=-\frac{4}{3}$

(6) 두 점 $(-1, 0)$, $(0, 4)$를 지나는 직선 $y=4x+4$

(기울기) $=\frac{4-0}{0-(-1)}=4$

04 다음 그림과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

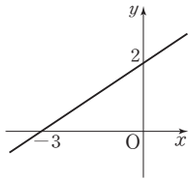
(1)



$y=2x+8$

(기울기) $=\frac{8-0}{0-(-4)}=2$

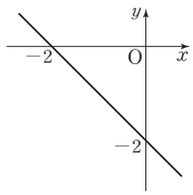
(2)



$y=\frac{2}{3}x+2$

(기울기) $=\frac{2-0}{0-(-3)}=\frac{2}{3}$

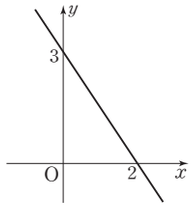
(3)



$y=-x-2$

(기울기) $=\frac{-2-0}{0-(-2)}=-1$

(4)



$y=-\frac{3}{2}x+3$

(기울기) $=\frac{3-0}{0-2}=-\frac{3}{2}$

개념 13

일차함수의 활용

일차함수의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

❶ 두 변수 x, y 정하기: 문제의 뜻을 파악하고, 수량 관계를 조사하여 변수 x, y를 정한다.

❷ 일차함수의 식 구하기: 변수 x와 y 사이의 관계를 일차함수의 식으로 나타낸다.

❸ 조건에 맞는 값 구하기: 식에 한 값을 대입하여 조건에 맞는 값을 구한다.

❸ 확인하기: 구한 값이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

두 변수 x, y 정하기 → 일차함수의 식 구하기 → 조건에 맞는 값 구하기 → 확인하기

양초의 길이에 대한 문제

불을 붙인 지 x분 후의 양초의 길이 y cm

➡ $y=\left(\begin{array}{c}\text{양초의}\\ \text{처음 길이}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}x\text{분 동안}\\ \text{짧아진 길이}\end{array}\right)$

01 길이가 25 cm인 양초에 불을 붙이면 10분마다 1 cm씩 길이가 짧아진다고 한다. 불을 붙인 지 x분 후의 양초의 길이를 y cm라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x분 동안 양초의 길이는 몇 cm만큼 짧아지는지 구하시오. $\frac{1}{10}x$ cm

1분마다 $\frac{1}{10}$ cm씩 짧아진다.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

$y=-\frac{1}{10}x+25$

(3) 이 양초에 불을 붙인 지 60분 후의 남은 양초의 길이를 구하시오. 19 cm

$y=-\frac{1}{10}x+25$에 $x=60$을 대입하면

$y=-6+25=19$(cm)

(4) 남은 양초의 길이가 10 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 몇 분 후인지 구하시오. 150분 후

$y=-\frac{1}{10}x+25$에 $y=10$을 대입하면

$10=-\frac{1}{10}x+25$ $\therefore x=150$(분)

02 길이가 30 cm인 양초에 불을 붙이면 5분마다 1 cm씩 길이가 짧아진다고 한다. 불을 붙인 지 x분 후의 양초의 길이를 y cm라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x분 동안 양초의 길이는 몇 cm만큼 짧아지는지 구하시오. $\frac{1}{5}x$ cm

1분마다 $\frac{1}{5}$ cm씩 짧아진다.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

$y=-\frac{1}{5}x+30$

(3) 이 양초에 불을 붙인 지 30분 후의 남은 양초의 길이를 구하시오. 24 cm

$y=-\frac{1}{5}\times30+30=24$(cm)

(4) 남은 양초의 길이가 5 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 몇 분 후인지 구하시오. 125분 후

$5=-\frac{1}{5}x+30$에서 $x=125$(분)

(5) 이 양초가 모두 타는 데 걸리는 시간을 구하시오. 150분

$0=-\frac{1}{5}x+30$에서 $x=150$(분)

용수철의 길이에 대한 문제

x g의 물체를 달았을 때, 용수철의 길이 y cm

➡ $y=\left(\begin{array}{c}\text{용수철의}\\ \text{처음 길이}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}x\text{ g의 물체를 달았을 때,}\\ \text{늘어난 길이}\end{array}\right)$

03 길이가 20 cm인 용수철에 무게가 2 g인 물체를 달면 용수철의 길이가 1 cm 늘어난다고 한다. x g의 물체를 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x g의 물체를 달았을 때, 용수철은 몇 cm만큼 늘어나는지 구하시오. **$\frac{1}{2}x$ cm**

1 g의 물건을 달 때마다 $\frac{1}{2}$ cm씩 늘어난다.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=\frac{1}{2}x+20$**

(3) 무게가 15 g인 물체를 이 용수철에 달았을 때, 용수철의 길이를 구하시오. **27.5 cm**

$y=\frac{1}{2}x+20$에 $x=15$를 대입하면

$y=\frac{15}{2}+20=27.5$(cm)

(4) 용수철의 길이가 48 cm가 되는 것은 몇 g짜리 물체를 달았을 때인지 구하시오. **56 g**

$y=\frac{1}{2}x+20$에 $y=48$을 대입하면

$48=\frac{1}{2}x+20$ $\therefore x=56$(g)

04 길이가 25 cm인 용수철에 무게가 10 g인 물체를 달면 용수철의 길이가 2 cm 늘어난다고 한다. x g의 물체를 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=0.2x+25$**

1 g의 물체를 달 때마다 $\frac{2}{10}$ cm, 즉 0.2 cm씩 늘어난다.

(2) 무게가 45 g인 물체를 이 용수철에 달았을 때, 용수철의 길이를 구하시오. **34 cm**

$y=0.2\times45+25=34$(cm)

(3) 용수철의 길이가 31 cm가 되는 것은 몇 g짜리 물체를 달았을 때인지 구하시오. **30 g**

$31=0.2x+25$에서 $x=30$(g)

온도에 대한 문제

지면에서의 높이가 x m인 지점의 기온 y ℃

➡ $y=\left(\begin{array}{c}\text{지면의}\\ \text{기온}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}x\text{ m 높아질 때,}\\ \text{내려간 기온}\end{array}\right)$

05 지면의 기온이 15 ℃이고 지면에서 100 m 높아질 때마다 기온이 0.6 ℃씩 내려간다고 한다. 지면에서의 높이가 x m인 지점의 기온을 y ℃라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x m 높아질 때, 내려간 기온은 몇 ℃인지 구하시오. **$0.006x$ ℃**

1 m 높아질 때마다 기온은 0.006 ℃씩 낮아진다.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-0.006x+15$**

(3) 지면에서의 높이가 2000 m인 지점의 기온을 구하시오. **3 ℃**

$y=-0.006x+15$에 $x=2000$을 대입하면

$y=-12+15=3$(℃)

(4) 기온이 6 ℃인 지점의 지면에서의 높이를 구하시오. **1500 m**

$y=-0.006x+15$에 $y=6$을 대입하면

$6=-0.006x+15$ $\therefore x=1500$(m)

06 지면의 기온이 28 ℃이고 지면에서 100 m 높아질 때마다 기온이 0.6 ℃씩 내려간다고 한다. 지면에서의 높이가 x m인 지점의 기온을 y ℃라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-0.006x+28$**

(2) 지면에서의 높이가 3000 m인 지점의 기온을 구하시오. **10 ℃**

$y=-0.006\times3000+28=10$(℃)

(3) 기온이 22 ℃인 지점의 지면에서의 높이를 구하시오. **1000 m**

$22=-0.006x+28$에서 $x=1000$(m)

물의 양에 대한 문제

물이 흘러나오기 시작한 지 x분 후에 남아 있는 물의 양 y L

➡ $y=\left(\begin{array}{c}\text{물의}\\ \text{처음 양}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}x\text{분 동안 흘러}\\ \text{나온 물의 양}\end{array}\right)$

07 50 L의 물이 들어 있는 물통에서 10분에 5 L의 비율로 일정하게 물이 흘러나온다. 물이 흘러나오기 시작한 지 x분 후에 남아 있는 물의 양을 y L라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x분 동안 흘러나온 물의 양을 구하시오. **$\frac{1}{2}x$ L**

물이 1분에 $\frac{1}{2}$ L씩 흘러나온다.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-\frac{1}{2}x+50$**

(3) 20분 후에 남아 있는 물의 양을 구하시오. **40 L**

$y=-\frac{1}{2}\times20+50=40$(L)

(4) 남아 있는 물의 양이 5 L가 되는 것은 몇 분 후인 지 구하시오. **90분 후**

$5=-\frac{1}{2}x+50$에서 $x=90$(분)

08 1 L의 휘발유로 18 km를 달릴 수 있는 자동차에 10 L의 휘발유를 넣고 x km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 y L라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-\frac{1}{18}x+10$**

휘발유가 1 km를 달리는 데는 $\frac{1}{18}$ L가 필요하다.

(2) 72 km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 구하시오. **6 L**

$y=-\frac{1}{18}\times72+10=6$(L)

(3) 남아 있는 휘발유의 양이 5 L가 되는 것은 몇 km를 달린 후인지 구하시오. **90 km**

$5=-\frac{1}{18}x+10$에서 $x=90$(km)

속력에 대한 문제

출발한 지 x시간 후 남은 거리 y km

➡ $y=\left(\begin{array}{c}\text{전체}\\ \text{거리}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}x\text{시간 동안}\\ \text{이동한 거리}\end{array}\right)$

09 350 km의 거리를 시속 70 km인 자동차로 이동하려고 한다. 출발한 지 x시간 후 남은 거리를 y km라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x시간 동안 이동한 거리를 구하시오. **$70x$ km**

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-70x+350$**

(3) 2시간 후 남은 거리를 구하시오. **210 km**

$y=-70\times2+350=210$(km)

(4) 남은 거리가 70 km가 되는 것은 출발한 지 몇 시간 후인지 구하시오. **4시간 후**

$70=-70x+350$에서 $x=4$(시간)

10 400 km의 거리를 시속 80 km인 자동차로 이동하려고 한다. 출발한 지 x시간 후 남은 거리를 y km라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-80x+400$**

(2) 3시간 후 남은 거리를 구하시오. **160 km**

$y=-80\times3+400=160$(km)

(3) 출발한 지 몇 시간 후에 도착하는 지 구하시오. **5시간 후**

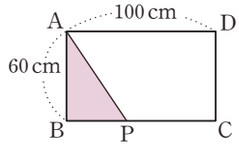
$0=-80x+400$에서 $x=5$(시간)

도형에 대한 문제

매초 a cm의 속력으로 움직일 때, x초 동안 이동한 거리

➡ $\boxed{ax}$ cm

11 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD에서 점 P가 점 B에서 점 C까지 매초 2 cm의 속력으로 움직인다고 한다. x초 후의 $\triangle ABP$의 넓이를 y m^2라 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) x초 후의 $\overline{BP}$의 길이를 구하시오. **$2x$ cm**

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=60x$**

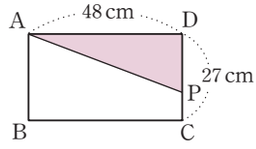
$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 60=60x$

(3) 점 P가 점 B를 출발한 지 10초 후의 $\triangle ABP$의 넓이를 구하시오. **600 cm^2**

(4) $\triangle ABP$의 넓이가 420 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오. **7초 후**

$420=60x$에서 $x=7$(초)

12 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD에서 점 P가 점 C에서 점 D까지 매초 3 cm의 속력으로 움직인다고 한다. x초 후의 $\triangle APD$의 넓이를 y cm^2라 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) x초 후의 $\overline{DP}$의 길이를 구하시오. **$(27-3x)$ cm**

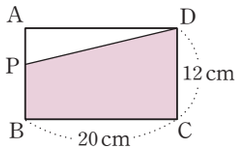
(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-72x+648$**

$y=\frac{1}{2}\times 48\times(27-3x)=648-72x$

(3) 점 P가 점 C를 출발한 지 5초 후의 $\triangle APD$의 넓이를 구하시오. **288 cm^2**

$y=-72\times 5+648=288(cm^2)$

13 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD에서 점 P는 점 A에서 점 B까지 매초 1 cm의 속력으로 움직인다고 한다. x초 후의 사다리꼴 PBCD의 넓이를 y cm^2라 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) x초 후의 $\overline{PB}$의 길이를 구하시오. **$(12-x)$ cm**

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오. **$y=-10x+240$**

$y=\frac{1}{2}\times\{(12-x)+12\}\times 20=-10x+240$

(3) 점 P가 점 A를 출발한 지 8초 후의 사다리꼴 PBCD의 넓이를 구하시오. **160 cm^2**

$y=-10\times 8+240=160(cm^2)$

(4) 사다리꼴 PBCD의 넓이가 170 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 A를 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오. **7초 후**

$170=-10x+240$에서 $x=7$(초)

내신 도전

01 다음 중 y가 x의 함수가 아닌 것은?

① 200쪽의 책에서 x쪽을 읽었을 때 남은 쪽수 y쪽
② 시속 x km로 6시간 달린 거리 y km
③ 올해 15세인 수진이의 x년 후의 나이 y세
✓④ 자연수 x보다 작은 소수 y
⑤ 6 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양 y g

① $y=200-x$ ② $y=6x$ ③ $y=x+15$
④ $x=1$일 때 이에 대응하는 y의 값이 없다.
즉, y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
⑤ $y=\frac{6}{100}x=\frac{3}{50}x$

02 함수 $f(x)=3x$, $g(x)=\frac{6}{x}$에 대하여 $f(2)=a$, $g(b)=2$일 때, $f(b)+g(a)$의 값은?

① 6 ② 8 ✓③ 10
④ 12 ⑤ 15

$f(2)=3\times2=6$ $\therefore a=6$
$g(b)=\frac{6}{b}=2$ $\therefore b=3$
$\therefore f(3)+g(6)=9+1=10$

03 다음 중 일차함수를 모두 고르면? (정답 2개)

✓① $y=\frac{x}{4}$ ② $y=\frac{2}{x}$
③ $y=3x(x-1)$ ✓④ $y=x(x+6)-x^2$
⑤ $y=(4x+2)-4x$

② $y=\frac{2}{x}$, 일차함수가 아니다.
③ $y=3x^2-3x$, 일차함수가 아니다.
④ $y=x^2+6x-x^2=6x$, 일차함수이다.
⑤ $y=4x+2-4x=2$, 일차함수가 아니다.

04 일차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=3x-5$일 때, $f(3)-f(-1)$의 값은?

① -8 ② -4 ③ 4
④ 8 ✓⑤ 12

$f(3)=3\times3-5=4$, $f(-1)=3\times(-1)-5=-8$
$\therefore f(3)-f(-1)=4-(-8)=12$

05 일차함수 $y=ax+6$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지날 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. **4**

평행이동한 그래프의 식은 $y=ax+6+b$
평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로
$2=-a+6+b$ $\therefore a-b=4$

06 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-k$의 그래프의 x절편이 9일 때, y절편은? (단, k는 상수)

✓① -6 ② 1 ③ 3
④ 4 ⑤ 6

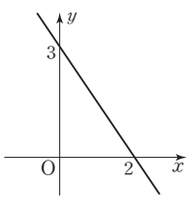
$0=\frac{2}{3}\times9-k$ $\therefore k=6$
따라서 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-6$의 y절편은 -6이다.

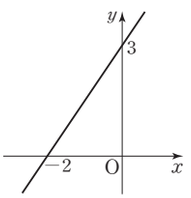
07 두 점 $(-1, 12)$, $(3, 8)$을 지나는 일차함수의 그래프에서 x의 값이 -2에서 2까지 증가할 때, y의 값의 증가량은?

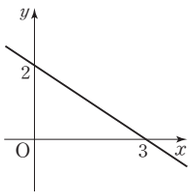
① -6 ✓② -4 ③ -2
④ 2 ⑤ 4

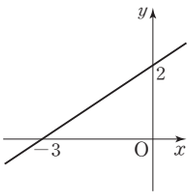
(기울기)$=\frac{8-12}{3-(-1)}=-1$이므로
$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{2-(-2)}=-1$ $\therefore$ (y의 값의 증가량)$=-4$

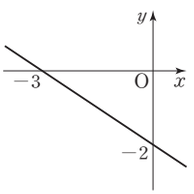
08 다음 중 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+2$의 그래프는?

① 

② 

✓③ 

④ 

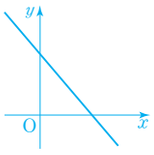
⑤ 

$y=-\frac{2}{3}x+2$의 그래프는 두 점 $(3, 0)$, $(0, 2)$를 지나는 직선이다.

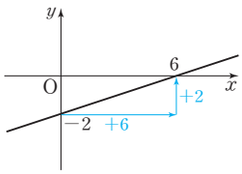
09 $ab<0$, $ac>0$일 때, 일차함수 $y=\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오. (단, a, b, c는 상수)

제3사분면

$ab<0$에서 (기울기)$=\frac{b}{a}<0$
$ac>0$에서 (y절편)$=\frac{c}{a}>0$이므로
$y=\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 제3사분면을 지나지 않는다.



10 오른쪽 그림과 같은 일차함수 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.
② x절편은 6, y절편은 -2이다.
✓③ 점 $(9, 2)$를 지난다.
④ 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+2$의 그래프와 평행하다.
⑤ x의 값이 6만큼 증가하면 y의 값은 2만큼 증가한다.

(기울기)$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, (y절편)$=-2$이므로 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x-2$
③ $x=9$일 때 $y=\frac{1}{3}\times9-2=1$이므로 주어진 그래프는 점 $(9, 1)$을 지난다.

11 일차함수 $y=-3x+5$의 그래프와 평행하고, 점 $(0, -2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은?

① $y=-3x-5$ ✓② $y=-3x-2$
③ $y=-3x$ ④ $y=-3x+2$
⑤ $y=-3x+3$

$y=-3x+5$의 그래프와 평행하므로 기울기는 -3이고,
점 $(0, -2)$를 지나므로 y절편은 -2이다.
$\therefore y=-3x-2$

12 1 L의 휘발유로 16 km를 달릴 수 있는 자동차에 20 L의 휘발유를 넣고 x km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 y L라 하자. 남아 있는 휘발유의 양이 14 L가 되는 것은 몇 km를 달린 후인가?

① 80 km ✓② 96 km ③ 104 km
④ 112 km ⑤ 128 km

1 km를 달리는 데 필요한 휘발유의 양이 $\frac{1}{16}$ L이므로 $y=-\frac{1}{16}x+20$
$y=14$를 대입하면 $14=-\frac{1}{16}x+20$
$\frac{1}{16}x=6$ $\therefore x=96$(km)

개념 14

미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

(1) 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

일차방정식 $ax+by+c=0$(단, a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 해 (x, y)를 좌표평면 위에 나타낸 것을 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프 또는 간단히 일차방정식의 그래프라 한다.

(2) **직선의 방정식**

x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $ax+by+c=0$(단, a, b, c는 상수, $a\neq0$ 또는 $b\neq0$)의 그래프는 직선이고, 이 방정식을 직선의 방정식이라 한다.

미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

① x, y의 값이 자연수 또는 정수일 때, [점]으로 나타난다.

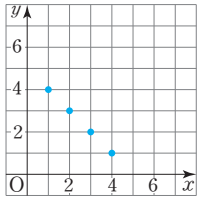
② x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, [직선]으로 나타난다.

01 일차방정식 $x+y=5$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

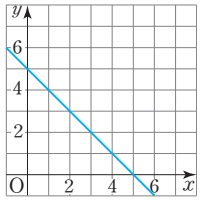
(1) 다음 표를 완성하시오.

x	⋯	0	1	2	3	4	⋯
y	⋯	5	4	3	2	1	⋯

(2) x, y의 값이 자연수일 때, 위의 표를 이용하여 그래프를 그리시오.



(3) x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식의 그래프를 그리시오.

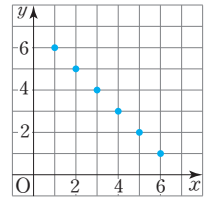


02 일차방정식 $x+y=7$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

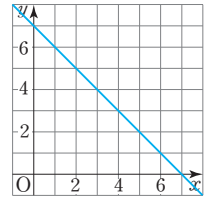
(1) 다음 표를 완성하시오.

x	⋯	1	2	3	4	5	6	⋯
y	⋯	6	5	4	3	2	1	⋯

(2) x, y의 값이 자연수일 때, 위의 표를 이용하여 그래프를 그리시오.



(3) x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식의 그래프를 그리시오.

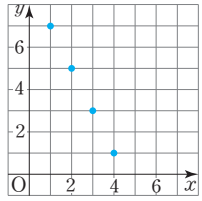


03 일차방정식 $2x+y=9$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

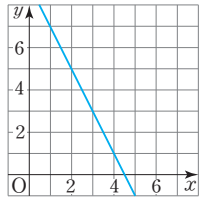
(1) 다음 표를 완성하시오.

x	$\cdots$	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	**11**	**9**	**7**	**5**	**3**	**1**	$\cdots$

(2) x, y의 값이 자연수일 때, 위의 표를 이용하여 그래프를 그리시오.



(3) x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식의 그래프를 그리시오.

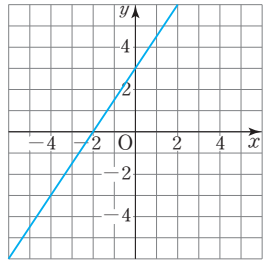


04 일차방정식 $3x-2y+6=0$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음 표를 완성하시오.

x	$\cdots$	-4	-2	0	2	4	$\cdots$
y	$\cdots$	**-3**	**0**	**3**	**6**	**9**	$\cdots$

(2) x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식의 그래프를 그리시오.



일차방정식의 그래프 위의 점

일차방정식 $ax+by+c=0$(단, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프 위의 점을 $(p,\ q)$라 할 때,

➡ 순서쌍 $(p,\ q)$는 일차방정식의 **해**이다.

➡ $x=$ **p**, $y=$ **q**를 대입하면 일차방정식이 성립한다.

05 다음 주어진 점이 일차방정식 $5x-y=2$의 그래프 위의 점이면 ○표, 점이 아니면 ×표를 하시오.

(1) $(-3,\ -13)$ (×)

$5\times(-3)-(-13)=-15+13=-2\neq2$

(2) $(2,\ 8)$ (○)

$5\times2-8=10-8=2$

(3) $(-1,\ -7)$ (○)

$5\times(-1)-(-7)=-5+7=2$

(4) $(1,\ -3)$ (×)

$5\times1-(-3)=5+3=8\neq2$

06 다음 일차방정식에서 그 그래프 위의 점을 이용하여 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $2x-3y=a$, $(2,\ 3)$ **-5**

$a=4-9=-5$

(2) $3x-ay=10$, $(3,\ -1)$ **1**

$9+a=10$ $\therefore a=1$

(3) $ax+3y=6$, $(-1,\ 1)$ **-3**

$-a+3=6$, $-a=3$ $\therefore a=-3$

(4) $x-ay+4=0$, $(6,\ 5)$ **2**

$6-5a+4=0$, $-5a=-10$ $\therefore a=2$

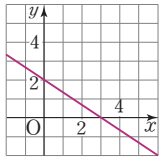
개념 15

일차방정식과 일차함수의 그래프

❷ 일차함수와 일차방정식의 관계

미지수가 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$(단, a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

$ax+by+c=0$ → (y를 x에 대한 식으로 변형) → $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

예 일차방정식 $2x+3y-6=0$ — 그래프 →  — 그래프 → 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+2$

일차방정식의 그래프의 기울기와 y절편

x, y에 대한 일차방정식 $ax+by+c=0$(단, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프는 일차함수 $y=\boxed{-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}}$의 그래프와 일치한다.

➡ 기울기: $\boxed{-\frac{a}{b}}$, y절편: $\boxed{-\frac{c}{b}}$

01 다음 일차방정식을 일차함수 $y=ax+b$ 꼴로 나타내시오.

(1) $2x-y+3=0$ $y=2x+3$

(2) $2x-3y+4=0$ $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

(3) $x+3y-1=0$ $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

(4) $x+4y+3=0$ $y=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$

02 다음 일차방정식의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구하시오.

(1) $x+y+3=0$

기울기: -1, x절편: -3, y절편: -3

$y=-x-3$

(2) $3x-y-2=0$

기울기: 3, x절편: $\frac{2}{3}$, y절편: -2

$y=3x-2$

(3) $5x+y+1=0$

기울기: -5, x절편: $-\frac{1}{5}$, y절편: -1

$y=-5x-1$

(4) $3x+y-4=0$

기울기: -3, x절편: $\frac{4}{3}$, y절편: 4

$y=-3x+4$

(5) $-x+2y-4=0$

기울기: $\frac{1}{2}$, x절편: -4, y절편: 2

$y=\frac{1}{2}x+2$

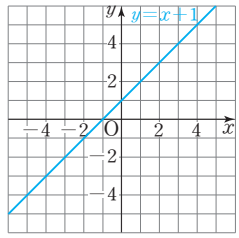
(6) $2x-3y+6=0$

기울기: $\frac{2}{3}$, x절편: -3, y절편: 2

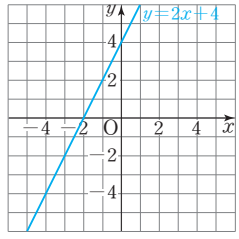
$y=\frac{2}{3}x+2$

03 다음 일차방정식을 일차함수 $y=ax+b$ 꼴로 나타내고, 그 그래프를 그리시오.

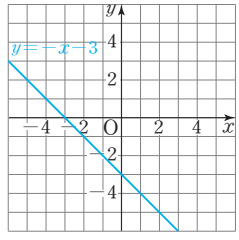
(1) $-x+y-1=0$ ➡ $y=x+1$



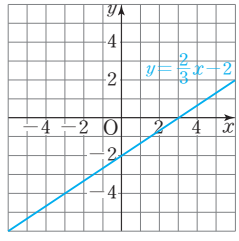
(2) $2x-y+4=0$ ➡ $y=2x+4$



(3) $x+y+3=0$ ➡ $y=-x-3$



(4) $2x-3y-6=0$ ➡ $y=\frac{2}{3}x-2$



일차방정식의 그래프의 성질

$-2x+y-3=0$ $\xrightarrow{y=ax+b\ 꼴}$ $y=$ **$2x+3$**

① x절편은 **$-\frac{3}{2}$**이고, y절편은 **3**인 직선이다.

② 제1, 2, 3사분면을 지난다.

③ 일차함수 $y=2x$의 그래프와 **평행**하다.

04 다음 중 일차방정식 $x-3y+6=0$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) x절편은 -6이다. (○)

$y=0$일 때, $x=-6$

(2) y절편은 -2이다. (×)

$x=0$일 때, $y=2$

(3) 제1, 2, 4사분면을 지난다. (×)

제1, 2, 3사분면을 지난다.

(4) 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프와 평행하다. (○)

$x-3y+6=0$에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=\frac{1}{3}x+2$

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프와 평행하다.

05 다음 일차방정식의 그래프에 대하여 물음에 답하시오.

($y=-\frac{1}{3}x-3$) ㉠ $x+3y+9=0$ ($y=2x+5$) ㉡ $2x-y+5=0$

㉢ $2x+y+5=0$ ($y=-2x-5$) ㉣ $-8x+4y+12=0$ ($y=2x-3$)

(1) x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 그래프인 것을 모두 고르시오. ㉠, ㉢

(2) 서로 평행한 두 그래프인 것을 고르시오. ㉡, ㉣

(3) x축 위에서 만나는 두 그래프인 것을 고르시오. ㉡, ㉢

x절편은 ㉠ -9, ㉡ $-\frac{5}{2}$, ㉢ $-\frac{5}{2}$, ㉣ $\frac{3}{2}$

(4) y축 위에서 만나는 두 그래프인 것을 고르시오. ㉠, ㉣

y절편은 ㉠ -3, ㉡ 5, ㉢ -5, ㉣ -3

개념 16

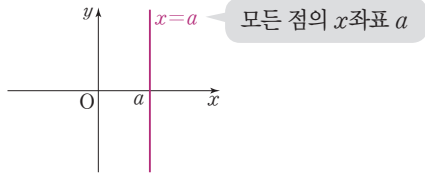
축에 평행한 직선

(1) 일차방정식 $x=a$(단, a는 상수, $a\neq0$)의 그래프

① 점 $(a, 0)$을 지난다. ② y축에 평행하다.

③ x축에 수직이다. ④ 함수가 아니다.

참고 $x=a$에 대하여 모든 y의 값이 대응하므로 함수가 아니다.

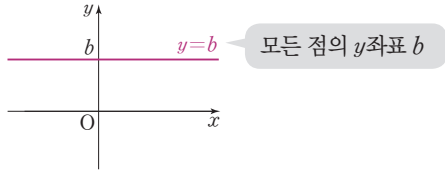


(2) 일차방정식 $y=b$(단, b는 상수, $b\neq0$)의 그래프

① 점 $(0, b)$를 지난다. ② x축에 평행하다.

③ y축에 수직이다. ④ 함수이다.

참고 일차방정식 $x=0$의 그래프는 y축을, $y=0$의 그래프는 x축을 나타낸다.



일차방정식 $x=a$, $x=b$(단, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프

① 일차방정식 $x=a$의 그래프는 점 (a , 0)을 지나고,

y 축에 평행한(x 축에 수직인) 직선이다.

② 일차방정식 $y=b$의 그래프는 점 (0, b)를 지나고

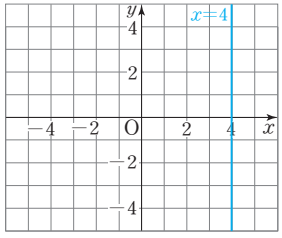
x 축에 평행한(y 축에 수직인) 직선이다.

01 다음을 완성하고, 일차방정식의 그래프를 그리시오.

(1) $x=4$

x	…	4	4	4	4	4	…
y	…	−4	−2	0	2	4	…

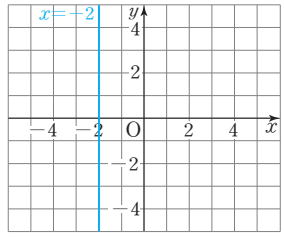
➡ 점 (4 , 0)을 지나고 y 축에 평행한 직선



(2) $x=-2$

x	…	−2	−2	−2	−2	−2	…
y	…	−4	−2	0	2	4	…

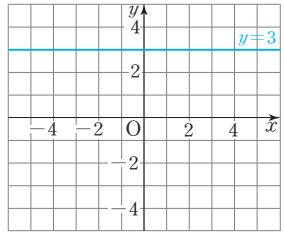
➡ 점 (−2 , 0)을 지나고 x 축에 수직인 직선



(3) $y=3$

x	…	−4	−2	0	2	4	…
y	…	3	3	3	3	3	…

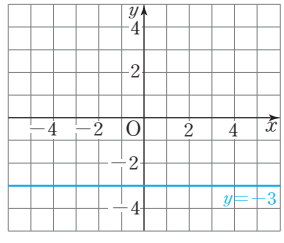
➡ 점 (0, 3)을 지나고 x 축에 평행한 직선



(4) $y=-3$

x	…	−4	−2	0	2	4	…
y	…	−3	−3	−3	−3	−3	…

➡ 점 (0, −3)을 지나고 y 축에 수직인 직선



축에 평행한(수직인) 직선의 방정식 구하기

① 점 $(a,\ k)$를 지나고 y축에 평행한(x축에 수직인) 직선의 방정식 ➡ $x=\boxed{a}$

② 점 $(k,\ b)$를 지나고 x축에 평행한(y축에 수직인) 직선의 방정식 ➡ $y=\boxed{b}$

02 다음 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(2,\ 5)$를 지나고 y축에 평행한 직선 $x=2$

(2) 점 $(-3,\ 2)$을 지나고 x축에 수직인 직선 $x=-3$

(3) 점 $(-2,\ -1)$을 지나고 x축에 평행한 직선 $y=-1$

(4) 점 $(-4,\ 7)$을 지나고 y축에 수직인 직선 $y=7$

03 다음 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 두 점 $(2,\ -1)$, $(2,\ 5)$를 지나는 직선 $x=2$

두 점의 x좌표가 같으므로 y축에 평행한 직선이다.

$\therefore\ x=2$

(2) 두 점 $(6,\ 5)$, $(6,\ 2)$를 지나는 직선 $x=6$

두 점의 x좌표가 같으므로 y축에 평행한 직선이다.

$\therefore\ x=6$

(3) 두 점 $(-1,\ -1)$, $(0,\ -1)$을 지나는 직선 $y=-1$

두 점의 y좌표가 같으므로 x축에 평행한 직선이다.

$\therefore\ y=-1$

(4) 두 점 $(3,\ -2)$, $(-1,\ -2)$를 지나는 직선 $y=-2$

두 점의 y좌표가 같으므로 x축에 평행한 직선이다.

$\therefore\ y=-2$

(5) 두 점 $(a,\ 2)$, $(a,\ 3)$을 지나는 직선 $x=a$

두 점의 x좌표가 같으므로 y축에 평행한 직선이다.

$\therefore\ x=a$

04 다음 조건을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) 두 점 $(3a,\ -3)$, $(9,\ 1)$을 지나는 직선이 y축에 평행한 경우 **3**

y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=p$ 꼴이므로

$3a=9$ $\therefore\ a=3$

(2) 두 점 $(3,\ -13)$, $(-2,\ 2a-3)$을 지나는 직선이 y축에 수직인 경우 **−5**

y축에 수직인 직선의 방정식은 $y=q$ 꼴이므로

$2a-3=-13$ $\therefore\ a=-5$

(3) 두 점 $(-a+5,\ 4)$, $(2a-4,\ -2)$를 지나는 직선이 x축에 수직인 경우 **3**

x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=p$ 꼴이므로

$-a+5=2a-4$에서 $3a=9$ $\therefore\ a=3$

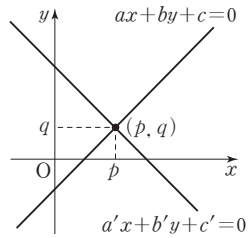
개념 17

연립방정식의 해와 그래프

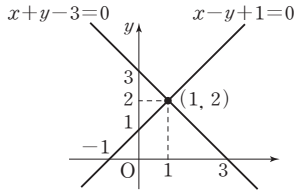
❷ 일차함수와 일차방정식의 관계

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$의 해는 두 일차방정식 $ax+by+c=0$과 $a'x+b'y+c'=0$의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

연립방정식의 해	⟺	두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표
$x=p,\ y=q$		$(p,\ q)$



예 연립방정식 $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y-3=0 \end{cases}$의 해는 오른쪽 그림과 같이 각 방정식의 그래프의 교점의 좌표가 $(1,\ 2)$이므로 $x=1,\ y=2$이다.



그래프를 보고 연립방정식의 해 구하기

① 연립방정식의 해는 두 일차방정식의 그래프의 [교점]의 좌표와 같다.

② 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표가 $(p,\ q)$이면

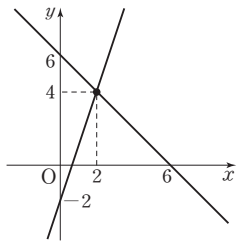
➡ 연립방정식의 해는 $x=$ [p], $y=$ [q]

01 다음 연립방정식에서 각 방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 두 그래프의 교점의 좌표를 구하고, 이 연립방정식의 해를 구하시오.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-y=2 \end{cases}$

교점: $(2,\ 4)$

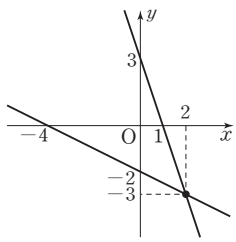
해: $x=2,\ y=4$



(2) $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x+y=3 \end{cases}$

교점: $(2,\ -3)$

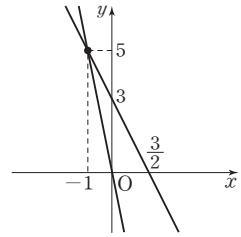
해: $x=2,\ y=-3$



(3) $\begin{cases} 5x+y=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

교점: $(-1,\ 5)$

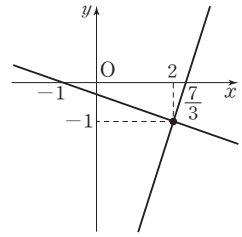
해: $x=-1,\ y=5$



(4) $\begin{cases} 3x-y=7 \\ x+3y=-1 \end{cases}$

교점: $(2,\ -1)$

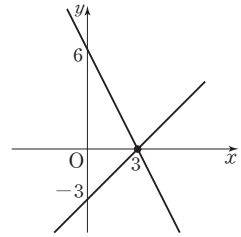
해: $x=2,\ y=-1$



(5) $\begin{cases} x=y+3 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

교점: $(3,\ 0)$

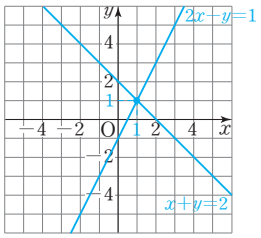
해: $x=3,\ y=0$



02 다음 연립방정식에서 각 방정식의 그래프를 좌표평면 위에 나타내고, 이 연립방정식의 해를 구하시오.

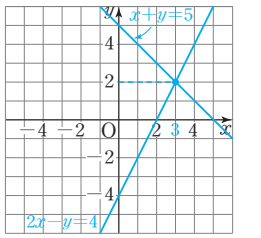
(1) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

$x=1,\ y=1$



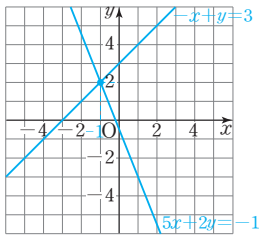
(2) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

$x=3,\ y=2$



(3) $\begin{cases} -x+y=3 \\ 5x+2y=-1 \end{cases}$

$x=-1,\ y=2$



03 연립방정식을 이용하여 다음 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표를 구하시오.

(1) $2x+y-5=0,\ 3x-y=0$ **$(1,\ 3)$**

$\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ 3x-y=0 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=3$

(2) $y=2x+5,\ x-y+4=0$ **$(-1,\ 3)$**

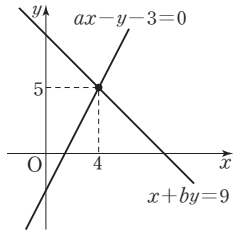
$\begin{cases} y=2x+5 \\ x-y+4=0 \end{cases}$을 풀면 $x=-1,\ y=3$

(3) $x-y-1=0,\ 2x+y+4=0$ **$(-1,\ -2)$**

$\begin{cases} x-y-1=0 \\ 2x+y+4=0 \end{cases}$을 풀면 $x=-1,\ y=-2$

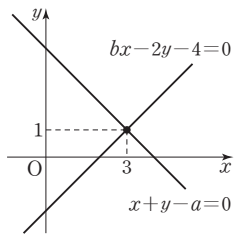
04 다음 연립방정식에서 각 방정식의 그래프가 그림과 같을 때 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

(1) $\begin{cases} ax-y-3=0 \\ x+by=9 \end{cases}$ **$a=2,\ b=1$**



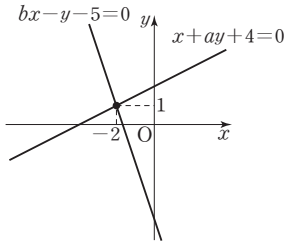
두 그래프의 교점의 좌표가 $(4,\ 5)$이므로
$x=4,\ y=5$를 각 방정식에 대입하면
$4a-5-3=0$에서 $a=2$
$4+5b=9$에서 $b=1$

(2) $\begin{cases} x+y-a=0 \\ bx-2y-4=0 \end{cases}$ **$a=4,\ b=2$**



두 그래프의 교점의 좌표가 $(3,\ 1)$이므로
$x=3,\ y=1$을 각 방정식에 대입하면
$3+1-a=0$에서 $a=4$
$3b-2-4=0$에서 $b=2$

(3) $\begin{cases} x+ay+4=0 \\ bx-y-5=0 \end{cases}$ **$a=-2,\ b=-3$**

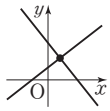
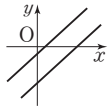
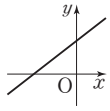


두 그래프의 교점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로
$x=-2,\ y=1$을 각 방정식에 대입하면
$-2+a+4=0$에서 $a=-2$
$-2b-1-5=0$에서 $b=-3$

개념 18

연립방정식의 해와 개수와 두 직선의 위치 관계

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ a'x+b'y+c'=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해의 개수는 두 일차방정식 ㉠과 ㉡의 그래프의 교점의 개수와 같다.

그래프의 형태	두 직선의 위치 관계	연립방정식의 해의 개수	기울기와 y절편
	한 점에서 만난다.	해가 1개 뿐이다.	두 직선의 기울기가 다르다.
	평행하다.	해가 없다.	두 직선의 기울기는 같지만 y절편이 다르다.
	일치한다.	해가 무수히 많다.	두 직선의 기울기와 y절편이 각각 같다.

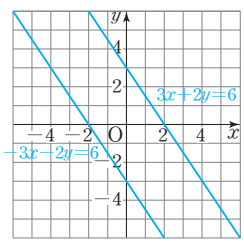
연립방정식의 해의 개수와 두 직선의 위치 관계

① 연립방정식의 두 일차방정식의 그래프의 교점이 [1] 개일 때,
➡ 연립방정식의 해는 1개이다.
② 연립방정식의 두 일차방정식의 그래프가 평행할 때,
➡ 연립방정식의 해는 [없다].
③ 연립방정식의 두 일차방정식의 그래프가 일치할 때,
➡ 연립방정식의 해는 [무수히 많다].

01 다음 연립방정식의 두 일차방정식의 그래프를 그리고, 이를 이용하여 연립방정식의 해를 구하시오.

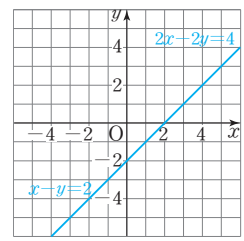
(1) $\begin{cases} -3x-2y=6 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$

해가 없다.



(2) $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x-2y=4 \end{cases}$

해가 무수히 많다.



02 다음 두 직선의 위치 관계를 말하고, 연립방정식의 해의 개수를 구하시오.

(1) $\begin{cases} y=3x-4 \\ y=3x+4 \end{cases}$ 평행하다., 해가 없다.

(2) $\begin{cases} y=-2x+3 \\ y=3x+3 \end{cases}$ 한 점에서 만난다., 1개

(3) $\begin{cases} y=3x-5 \\ y-3x=-5 \end{cases}$ 일치한다., 해가 무수히 많다.

(4) $\begin{cases} 2x-y=6 \\ -6x+3y=-3 \end{cases}$ 평행하다., 해가 없다.

$\begin{cases} y=2x-6 \\ y=2x-1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 3x-y-3=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$ 한 점에서 만난다., 1개

$\begin{cases} y=3x-3 \\ y=-x+5 \end{cases}$

연립방정식의 해가 없을 때의 그래프의 특징

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 해가 없다.

➡ 두 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$, $y=-\frac{a'}{b'}x-\frac{c'}{b'}$의 그래프가 **평행**하다.

➡ 기울기: $-\frac{a}{b}$ $\boxed{=}$ $-\frac{a'}{b'}$, y절편: $-\frac{c}{b}$ $\boxed{\neq}$ $-\frac{c'}{b'}$

연립방정식의 해가 무수히 많을 때의 그래프의 특징

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많다.

➡ 두 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$, $y=-\frac{a'}{b'}x-\frac{c'}{b'}$의 그래프가 **일치**하다.

➡ 기울기: $-\frac{a}{b}$ $\boxed{=}$ $-\frac{a'}{b'}$, y절편: $-\frac{c}{b}$ $\boxed{=}$ $-\frac{c'}{b'}$

03 다음 연립방정식의 해가 없도록 하는 상수 a, b의 조건을 구하시오.

(1) $\begin{cases} x+3y=b \\ ax-3y=2 \end{cases}$ **$a=-1$, $b\neq-2$**

$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{b}{3} \\ y=\frac{a}{3}x-\frac{2}{3} \end{cases}$ 에서 $-\frac{1}{3}=\frac{a}{3}$, $\frac{b}{3}\neq-\frac{2}{3}$

$\therefore a=-1, b\neq-2$

(2) $\begin{cases} ax-2y=5 \\ 3x+y=b \end{cases}$ **$a=-6$, $b\neq-\frac{5}{2}$**

$\begin{cases} y=\frac{a}{2}x-\frac{5}{2} \\ y=-3x+b \end{cases}$ 에서 $\frac{a}{2}=-3$, $-\frac{5}{2}\neq b$

$\therefore a=-6, b\neq-\frac{5}{2}$

(3) $\begin{cases} ax-y=b \\ -2x+4y=3 \end{cases}$ **$a=\frac{1}{2}$, $b\neq-\frac{3}{4}$**

$\begin{cases} y=ax-b \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4} \end{cases}$

$\therefore a=\frac{1}{2}, b\neq-\frac{3}{4}$

(4) $\begin{cases} x+ay=a \\ 3x+2y=b \end{cases}$ **$a=\frac{2}{3}$, $b\neq2$**

$\begin{cases} y=-\frac{1}{a}x+1 \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{b}{2} \end{cases}$ 에서 $\frac{1}{a}=\frac{3}{2}$, $1\neq\frac{b}{2}$

$\therefore a=\frac{2}{3}, b\neq2$

(5) $\begin{cases} 2x-y=a \\ 4x+by=6 \end{cases}$ **$a\neq3$, $b=-2$**

$\begin{cases} y=2x-a \\ y=-\frac{4}{b}x+\frac{6}{b} \end{cases}$ 에서 $2=-\frac{4}{b}$, $-a\neq\frac{6}{b}$

$\therefore a\neq3, b=-2$

04 다음 연립방정식의 해가 무수히 많도록 하는 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

(1) $\begin{cases} 2x-by=7 \\ 2x+7y=a \end{cases}$ **$a=7$, $b=-7$**

$\begin{cases} y=\frac{2}{b}x-\frac{7}{b} \\ y=-\frac{2}{7}x+\frac{a}{7} \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{b}=-\frac{2}{7}$, $-\frac{7}{b}=\frac{a}{7}$

$\therefore a=7, b=-7$

(2) $\begin{cases} ax+y=5 \\ 2x-y=b \end{cases}$ **$a=-2$, $b=-5$**

$\begin{cases} y=-ax+5 \\ y=2x-b \end{cases}$ 에서 $-a=2$, $5=-b$

$\therefore a=-2, b=-5$

(3) $\begin{cases} 3x-y=b \\ ax-2y=4 \end{cases}$ **$a=6$, $b=2$**

$\begin{cases} y=3x-b \\ y=\frac{a}{2}x-2 \end{cases}$ 에서 $3=\frac{a}{2}$, $-b=-2$

$\therefore a=6, b=2$

(4) $\begin{cases} ax-3y=6 \\ -x+2y=b \end{cases}$ **$a=\frac{3}{2}$, $b=-4$**

$\begin{cases} y=\frac{a}{3}x-2 \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{b}{2} \end{cases}$ 에서 $\frac{a}{3}=\frac{1}{2}$, $-2=\frac{b}{2}$

$\therefore a=\frac{3}{2}, b=-4$

(5) $\begin{cases} x+y=b \\ ax-3y=2 \end{cases}$ **$a=-3$, $b=-\frac{2}{3}$**

$\begin{cases} y=-x+b \\ y=\frac{a}{3}x-\frac{2}{3} \end{cases}$ 에서 $-1=\frac{a}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$

$\therefore a=-3, b=-\frac{2}{3}$

내신 도전

01 다음 중 일차방정식 $x+3y-9=0$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 그래프는 직선이 된다.

✓② 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.

③ x절편은 9, y절편은 3이다.

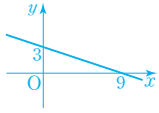
④ 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x-3$의 그래프와 평행하다.

✓⑤ 제4사분면을 지나지 않는다.

$x+3y-9=0$에서 $y=-\frac{1}{3}x+3$

② (기울기)$=-\frac{1}{3}$

⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



02 다음 일차함수 중 그래프가 일차방정식 $3x+2y-4=0$의 그래프와 일치하는 것은?

① $y=\frac{3}{2}x-4$ ② $y=\frac{3}{2}x+4$

③ $y=\frac{3}{2}x+2$ ✓④ $y=-\frac{3}{2}x+2$

⑤ $y=-\frac{3}{2}x-2$

$3x+2y-4=0$에서 $y=-\frac{3}{2}x+2$

03 일차방정식 $ax+2y-11=0$의 그래프가 점 $(3, a-2)$를 지날 때, 이 그래프의 기울기를 구하시오. (단, a는 상수)

$-\frac{3}{2}$

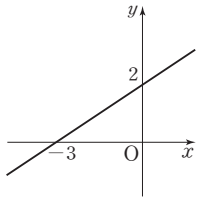
$x=3$, $y=a-2$를 $ax+2y-11=0$에 대입하면

$3a+2(a-2)-11=0$, $5a=15$ $\therefore a=3$

즉, $3x+2y-11=0$에서 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$

따라서 구하는 기울기는 $-\frac{3}{2}$이다.

04 일차방정식 $ax+y-b=0$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?



① $\frac{4}{3}$ ② 2

✓③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$

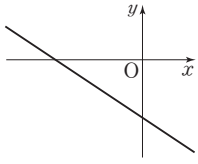
⑤ 4

$ax+y-b=0$에서 $y=-ax+b$

그래프의 (기울기)$=\frac{2}{3}$, (y절편)$=2$이므로

$a=-\frac{2}{3}$, $b=2$ $\therefore b-a=2-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{3}$

05 일차방정식 $ax-by+1=0$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 다음 중 옳은 것은?



① $a>0$, $b>0$

✓② $a>0$, $b<0$

③ $a>0$, $b=1$

④ $a<0$, $b>0$

⑤ $a<0$, $b<0$

$ax-by+1=0$에서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$

(기울기)$=\frac{a}{b}<0$, (y절편)$=\frac{1}{b}<0$

$\therefore a>0$, $b<0$

06 두 점 $(-a+5, 4)$, $(2a-4, -2)$를 지나는 직선이 x축에 수직일 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0

④ 1 ✓⑤ 3

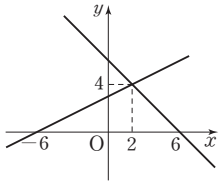
x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=p$ 꼴이므로

$-a+5=2a-4$에서 $3a=9$ $\therefore a=3$

07 두 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 사각형의 넓이가 4일 때, 순서쌍 (p, q)를 모두 구하시오. (단, p, q는 자연수) **(1, 4), (2, 2), (4, 1)**

두 자연수 p, q에 대하여 $pq=4$를 만족시키는 순서쌍 (p, q)를 구하면 $(1, 4), (2, 2), (4, 1)$이다.

08 연립방정식을 이루는 두 일차방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 이 연립방정식의 해는?



① $x=-6$, $y=0$ ② $x=6$, $y=0$
③ $x=4$, $y=2$ ✓④ $x=2$, $y=4$
⑤ $x=-6$, $y=6$

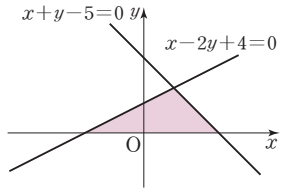
연립방정식의 해는 두 그래프의 교점의 좌표와 같고, 교점이 $(2, 4)$이므로 연립방정식의 해는 $x=2$, $y=4$이다.

09 연립방정식 $\begin{cases} x+ay=-1 \\ x+2y=4 \end{cases}$의 두 일차방정식의 그래프의 교점이 $(2, b)$일 때, $a+b$의 값은? (단, a는 상수)

✓① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

$x+2y=4$에 $x=2$, $y=b$를 대입하면
$2+2b=4$ $\therefore b=1$
$x+ay=-1$에 $x=2$, $y=1$을 대입하면 $2+a=-1$ $\therefore a=-3$
$\therefore a+b=-3+1=-2$

10 다음 그림과 같이 두 일차방정식 $x-2y+4=0$, $x+y-5=0$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $2S$의 값을 구하시오. **27**



$x-2y+4=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=-4$
$x+y-5=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=5$
연립방정식 $\begin{cases} x-2y+4=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$의 해는 $x=2$, $y=3$이므로
색칠한 부분의 넓이는 $S=\frac{1}{2}\times 9\times 3=\frac{27}{2}$
$\therefore 2S=27$

11 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=1 \\ ax+6y=8 \end{cases}$의 해가 없을 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ✓③ 3
④ 4 ⑤ 5

$\begin{cases} x+2y=1 \\ ax+6y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2} \\ y=-\frac{a}{6}x+\frac{4}{3} \end{cases}$
두 그래프가 평행해야 하므로 $\frac{1}{2}=\frac{a}{6}$ $\therefore a=3$

12 두 일차방정식 $5x-6y+b=0$, $ax-3y-4=0$의 그래프의 교점이 무수히 많을 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오. **−20**

$5x-6y+b=0$에서 $y=\frac{5}{6}x+\frac{b}{6}$
$ax-3y-4=0$에서 $y=\frac{a}{3}x-\frac{4}{3}$
두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로
$\frac{5}{6}=\frac{a}{3}$, $\frac{b}{6}=-\frac{4}{3}$ $\therefore a=\frac{5}{2}$, $b=-8$
$\therefore ab=\frac{5}{2}\times(-8)=-20$

대단원 평가

01 다음 중 y가 x의 함수가 아닌 것은?

① $y=2x$

② $y=-\frac{3}{x}$

③ $y=x-7$

✓④ $y=$(자연수 x보다 작은 홀수)

⑤ $y=$(자연수 x와 8의 최소공배수)

④ $x=4$일 때, $y=1$, 3으로 x의 값 하나에 y의 값이 여러 개 대응되므로 함수가 아니다.

02 다음 보기 중 함수 $y=\frac{x}{6}$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ, ㄹ

보기

ㄱ. 제1사분면과 제3사분에 있다.

ㄴ. $x=3$일 때, $y=2$이다.

ㄷ. x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄹ. 원점을 지나고 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

ㄴ. $x=3$일 때, $y=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

03 함수 $f(x)=2x+1$에 대하여 $f(a)=3$일 때, $a+f(-2)$의 값을 구하시오. −2

$f(a)=2a+1=3$에서 $2a=2$ $\therefore a=1$

$f(-2)=2\times(-2)+1=-3$

$\therefore a+f(-2)=1+(-3)=-2$

04 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 되었을 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

✓① -4 ② -2 ③ 0

④ 2 ⑤ 4

$y=-2x+3 \xrightarrow[\text{평행이동}]{y\text{축의 방향으로 } -5\text{만큼}} y=-2x+3-5$

즉, $y=-2x-2$이므로 $a=-2$, $b=-2$

$\therefore a+b=-2+(-2)=-4$

05 일차함수 $f(x)=ax+3$의 그래프가 두 점 $(3, -6)$, $(2, b)$를 지날 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -12 ② -9 ③ -3

✓④ 9 ⑤ 12

$f(3)=-6$이므로 $-6=3a+3$ $\therefore a=-3$

$f(2)=b$이므로 $b=-3\times2+3=-3$

$\therefore ab=-3\times(-3)=9$

06 다음 일차함수 중 그 그래프가 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 감소하는 것은?

① $y=2x-\frac{3}{2}$ ② $y=-2x+3$

③ $y=\frac{3}{2}x-2$ ✓④ $y=-\frac{2}{3}x+8$

⑤ $y=3x-5$

그래프의 기울기가 $-\frac{2}{3}$인 일차함수를 찾는다.

07 일차함수 $y=\frac{3}{5}x-k$의 그래프의 x절편이 10일 때, y절편은? (단, k는 상수)

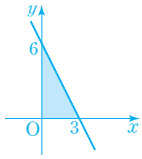
① -10 ✓② -6 ③ -4
④ 6 ⑤ 10

$y=0$일 때 $x=10$이므로 $0=\frac{3}{5}\times10-k$ $\therefore k=6$
$\therefore$ (y절편)$=-k=-6$

08 일차함수 $y=-2x+6$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2 ② 3 ③ 5
✓④ 9 ⑤ 12

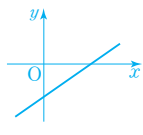
일차함수 $y=-2x+6$의 그래프에서
(x절편)$=3$, (y절편)$=6$
따라서 구하는 도형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times3\times6=9$



09 다음 중 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, a, b는 상수) (정답 2개)

① x축과 점 $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$에서 만난다.
② $a<0$이면 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.
✓③ $a>0$, $b<0$이면 제1, 2, 4사분면을 지난다.
④ $b\neq0$이면 일차함수 $y=ax-b$의 그래프와 평행하다.
✓⑤ x의 값이 1만큼 증가할 때, $a<0$이면 y의 값은 $-a$만큼 증가한다.

③ $a>0$, $b<0$이면 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.
⑤ x의 값이 1만큼 증가할 때, $a<0$이면 y의 값은 $|a|$만큼, 즉 $-a$만큼 감소한다.

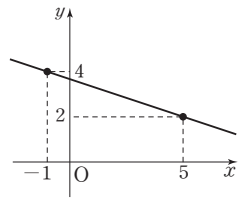


10 다음 중 기울기가 -4이고 y절편이 5인 일차함수의 그래프 위의 점이 아닌 것은?

① $(-3, 17)$ ② $(-1, 9)$ ③ $(1, 1)$
④ $(3, -7)$ ✓⑤ $(4, -10)$

기울기가 -4이고 y절편이 5인 일차함수의 식은 $y=-4x+5$
⑤ $-4\times4+5=-11$

11 오른쪽 그림과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은?



① $y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{3}$
✓② $y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$
③ $y=-\frac{1}{3}x+\frac{10}{3}$
④ $y=-x+\frac{11}{3}$
⑤ $y=-x+\frac{10}{3}$

두 점 $(-1, 4)$, $(5, 2)$를 지나므로
(기울기)$=\frac{2-4}{5-(-1)}=-\frac{1}{3}$
$y=-\frac{1}{3}x+b$로 놓고 $x=5$, $y=2$를 대입하면
$2=-\frac{1}{3}\times5+b$ $\therefore b=\frac{11}{3}$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$

12 다음 조건을 모두 만족시키는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오. $y=\frac{3}{2}x-3$

(가) $y=-3x+6$의 그래프와 x축에서 만난다.
(나) $y=\frac{5}{6}x-3$의 그래프와 y축에서 만난다.

조건 (가)에서 (x절편)$=2$, 조건 (나)에서 (y절편)$=-3$
즉, 주어진 그래프는 두 점 $(2, 0)$, $(0, -3)$을 지나므로
(기울기)$=\frac{-3-0}{0-2}=\frac{3}{2}$, ($y$절편)$=-3$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x-3$

13 일차방정식 $ax-2y+4=0$의 그래프와 일차함수 $y=4x-b$의 그래프가 일치할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 4 ② 5 ✓③ 6
④ 7 ⑤ 8

$ax-2y+4=0$에서 $y=\frac{a}{2}x+2$

$y=\frac{a}{2}x+2$의 그래프와 $y=4x-b$의 그래프가 일치하므로

$\frac{a}{2}=4$, $2=-b$ $\therefore a=8$, $b=-2$

$\therefore a+b=8+(-2)=6$

14 두 점 $(-3, a)$, $(-8, -2a+9)$를 지나는 직선이 y축에 수직일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② 2 ✓③ 3
④ 4 ⑤ 6

y축에 수직인 직선의 방정식은 $y=q$ 꼴이므로 두 점의 y좌표가 같다.

즉, $a=-2a+9$에서 $3a=9$ $\therefore a=3$

15 두 일차방정식 $x+y=7$, $x+3y=13$의 그래프의 교점을 지나고, 일차함수 $y=3x-5$의 그래프와 평행한 그래프의 식은?

① $y=3x+9$ ② $y=3x+5$
③ $y=3x+1$ ④ $y=3x-3$
✓⑤ $y=3x-9$

연립방정식 $\begin{cases} x+y=7 \\ x+3y=13 \end{cases}$의 해는 $(4, 3)$이므로 두 일차방정식의 그래프의 교점은 $(4, 3)$이다.

$y=3x-5$의 그래프와 평행하므로 기울기는 3이다.

$y=3x+b$로 놓고 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$3=12+b$ $\therefore b=-9$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x-9$

16 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=b \\ 6x+ay=2 \end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, 상수 a, b에 대하여 $a+3b$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10
✓④ 11 ⑤ 12

$\begin{cases} 2x+3y=b \\ 6x+ay=2 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+\frac{b}{3} \\ y=-\frac{6}{a}x+\frac{2}{a} \end{cases}$

해가 무수히 많기 위해서는 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{2}{3}=-\frac{6}{a}$, $\frac{b}{3}=\frac{2}{a}$ $\therefore a=9$, $b=\frac{2}{3}$

$\therefore a+3b=9+3\times\frac{2}{3}=11$

17 1 L의 휘발유로 14 km를 달릴 수 있는 자동차에 20 L의 휘발유를 넣고 x km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 y L라 하자. 남아 있는 휘발유의 양이 13 L가 되는 것은 몇 km를 달린 후인가?

① 85 km ✓② 98 km ③ 106 km
④ 112 km ⑤ 126 km

$y=-\frac{1}{14}x+20$이므로 $y=13$을 대입하면

$13=-\frac{1}{14}x+20$, $\frac{1}{14}x=7$ $\therefore x=98$(km)

18 길이가 20 cm인 양초가 있다. 불을 붙이면 2분마다 1 cm씩 탄다고 한다. 불을 붙인 지 x분 후의 양초의 길이가 y cm라 할 때, 불을 붙인 지 16분 후의 양초의 길이는?

① 8 cm ② 10 cm ✓③ 12 cm
④ 14 cm ⑤ 15 cm

양초는 1분마다 0.5 cm씩 탄다.

$y=-0.5x+20$이므로 $x=16$을 대입하면

$y=-8+20=12$(cm)